Varianta 1

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine numărul natural x din egalitatea $1+5+9+...+x=231$.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $2x^2-5x+3\leq 0$.

5p **3.** Să se determine inversa funcției bijective $f:(0,\infty)\to(1,\infty)$, $f(x)=x^2+1$.

5p **4.** Se consideră mulțimea $A=\{1,2,3,...,10\}$. Să se determine numărul submulțimilor cu trei elemente ale mulțimii A, care conțin elementul 1.

5p **5.** Să se determine $m\in\mathbb{R}$, astfel încât distanța dintre punctele $A(2,m)$ şi $B(m,-2)$ să fie 4.

5p **6.** Să se calculeze $\cos\frac{23\pi}{12}\cdot\sin\frac{\pi}{12}$.

Varianta 2

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că numărul $(1-i)^{24}$ este real.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{3x-1}{x+1}+\frac{x+1}{2x-1}=3$.

5p **3.** Să se determine inversa funcției bijective $f:\mathbb{R}\to(1,\infty)$, $f(x)=e^x+1$.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr $\overline{ab}$ din mulțimea numerelor naturale de două cifre, să avem $a\neq b$.

5p **5.** Să se calculeze lungimea medianei din A a triunghiului ABC, unde $A(-2,-1), B(2,0), C(0,6)$.

5p **6.** Fie vectorii $\vec{u}=m\vec{i}+3\vec{j}$ şi $\vec{v}=(m-2)\vec{i}-\vec{j}$. Să se determine $m>0$ astfel încât vectorii $\vec{u}$ şi $\vec{v}$ să fie perpendiculari.

Varianta 3

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se ordoneze crescător numerele $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[4]{5}$.

5p **2.** Să se determine valoarea minimă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^2-8x+1$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(x-1)+\lg(6x-5)=2$.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie pătrat perfect.

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul $A(6,4)$ şi este perpendiculară pe dreapta $d:2x-3y+1=0$.

5p **6.** Ştiind că $\sin\alpha=\frac{1}{3}$, să se calculeze $\cos 2\alpha$.

Varianta 4

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că numărul $\left(\frac{1}{1-i}-\frac{1}{1+i}\right)^2$ este real.

5p **2.** Să se arate că vârful parabolei $y=x^2+5x+1$ este situat în cadranul III.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $9^x-10\cdot 3^{x-1}+1=0$.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă exact două cifre egale.

5p **5.** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ pentru care vectorii $\vec{u}=a\vec{i}+(a+1)\vec{j}$ şi $\vec{v}=-(5a-1)\vec{i}+2\vec{j}$ sunt perpendiculari.

5p **6.** Să se calculeze lungimea laturii BC a triunghiului ascuțitunghic ABC ştiind că $AB=6$, $AC=10$ şi că aria triunghiului ABC este egală cu $15\sqrt{3}$.

Varianta 5

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $\frac{1}{1+2i}+\frac{1}{1-2i}$.

5p **2.** Să se rezolve în $\mathbb{Z}$ inecuația $x^2-10x+12\le 0$.

5p **3.** Să se determine inversa funcției bijective $f:(1,\infty)\to(0,\infty)$, $f(x)=3\log_2 x$.

5p **4.** Să se determine numărul funcțiilor $f:\{1,2,3,4\}\to\{1,2,3,4\}$ cu proprietatea că $f(1)=f(4)$.

5p **5.** Să se determine coordonatele vârfului D al paralelogramului $ABCD$ ştiind că $A(-2,9), B(7,-4), C(8,-3)$.

5p **6.** Triunghiul ABC are $B=\frac{\pi}{3}$ şi lungimea razei cercului circumscris egală cu 1. Să se calculeze lungimea laturii AC.

Varianta 6

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze suma tuturor numerelor naturale de două cifre care se divid cu 11.

5p **2.** Să se determine funcția f de gradul al doilea ştiind că $f(-1)=1$, $f(0)=1$, $f(1)=3$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea $(0,\pi)$ ecuația $\sin 3x=\sin x$.

5p **4.** Câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu elemente ale mulțimii $\{2,4,6,8\}$?

5p **5.** Se consideră triunghiul ABC cu vârfurile în $A(1,2)$, $B(2,-2)$ şi $C(4,6)$. Să se calculeze $\cos B$.

5p **6.** Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC ştiind că $C=\frac{\pi}{6}$ şi $AB=6$.

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 7**

5p **1.** Să se calculeze modulul numărului complex $z=\frac{8+i}{7-4i}$.

5p **2.** Să se determine valoarea maximă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^2+6x-9$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea $[0,2\pi)$ ecuația $\sin x=-\frac{1}{2}$.

5p **4.** Să se determine $n\in\mathbb{N}^*$ pentru care mulțimea $\{1,2,...,n\}$ are exact 120 de submulțimi cu două elemente.

5p **5.** Se ştie că, în triunghiul ABC, vectorii $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ şi $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$ au acelaşi modul. Să se demonstreze că triunghiul ABC este dreptunghic.

5p **6.** Să se calculeze lungimea razei cercului înscris în triunghiul ABC care are lungimile laturilor egale cu 3, 4 şi 5.

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 8**

5p **1.** Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe ecuația $z^2=-4$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax^2+x+c$. Știind că punctele $A(1,2)$ și $B(0,3)$ aparțin graficului funcției f, să se determine numerele reale a şi c.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{7x+1}-x=1$.

5p **4.** Câte numere naturale de patru cifre distincte se pot forma cu cifre din mulțimea $\{1,3,5,7,9\}$?

5p **5.** Se consideră paralelogramul $ABCD$ şi punctele E şi F astfel încât $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{DF}=2\overrightarrow{FE}$. Să se demonstreze că punctele A, F şi C sunt coliniare.

5p **6.** Fie triunghiul ABC. Să se calculeze lungimea înălțimii corespunzătoare laturii BC știind că $AB=13$, $AC=14$ şi $BC=15$.

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 9**

5p **1.** Să se determine numărul natural x pentru care $1+3+5+\ldots+x=225$.

5p **2.** Să se determine valorile parametrului real m ştiind că graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+mx-2m$ intersectează axa Ox în două puncte situate la distanța 3.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2\left(2^{-x+1}+1\right)=x$.

5p **4.** Să se arate că $C_{17}^3>C_{17}^{15}$

5p **5.** Fie hexagonul regulat $ABCDEF$ de latură 4. Să se calculeze modulul vectorului $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}$.

5p **6.** Să se arate că $\sin^2 1^\circ+\sin^2 2^\circ+...+\sin^2 90^\circ=\frac{91}{2}$

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 10**

5p **1.** Ştiind că $z\in\mathbb{C}$ şi că $z^2+z+1=0$, să se calculeze $z^4+\frac{1}{z^4}$.

5p **2.** Să se determine funcţia f de gradul întâi, pentru care $f\left(f(x)\right)=2f\left(x\right)+1$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg\left(x+1\right)-\lg 9=1-\lg x$.

5p **4.** Să se determine numărul termenilor raţionali din dezvoltarea $\left(3+\sqrt[3]{3}\right)^{10}$.

5p **5.** Să se determine coordonatele centrului de greutate al triunghiului ABC, ştiind că $A(-1,0)$, $B(0,2)$, $C(2,-1)$.

5p **6.** Să se arate că unghiul vectorilor $\vec{u}=5\vec{i}-4\vec{j}$ şi $\vec{v}=2\vec{i}+3\vec{j}$ este obtuz.

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 11**

5p **1.** Să se determine $a,b\in\mathbb{R}$ ştiind că numerele $2,\ a,\ b$ sunt în progresie geometrică şi $2,\ 17,\ a$ sunt în progresie aritmetică.

5p **2.** Să se rezolve ecuaţia $f\left(f(x)\right)=0$, ştiind că $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=-3x+2$.

5p **3.** Să se rezolve în mulţimea $\left[0,2\pi\right)$ ecuaţia $\operatorname{tg}(-x)=1-2\operatorname{tg}x$.

5p **4.** Să se determine numărul funcţiilor $f:\{0,1,2\}\to\{0,1,2\}$ care verifică relaţia $f(2)=2$.

5p **5.** Se consideră triunghiul ABC şi punctele D,E astfel încât $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DB},\ \overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{EC}$. Să se arate că dreptele DE şi BC sunt paralele.

5p **6.** Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC, dacă $A=\frac{\pi}{4},\ B=\frac{\pi}{6}$ şi $AB=6$.

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 12**

5p **1.** Să se calculeze $\frac{1}{1+i}+\frac{1}{1-i}$.

5p **2.** Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x+3}=\frac{7}{6}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulţimea $\left[0,2\pi\right)$ ecuaţia $\cos 2x=\frac{1}{2}$.

5p **4.** Să se determine $a>0$ ştiind că termenul din mijloc al dezvoltării $\left(\sqrt[3]{a}+\frac{1}{\sqrt[4]{a}}\right)^{12}$ este egal cu 1848.

5p **5.** Să se determine ecuaţia simetricei dreptei $d:2x-3y+1=0$ faţă de punctul $A(-3,4)$.

5p **6.** Ştiind că $\operatorname{ctg}x=3$, să se calculeze $\operatorname{ctg}2x$.

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 13**

5p **1.** Să se arate că numărul $(1+i\sqrt{3})^2+(1-i\sqrt{3})^2$ este număr întreg.

5p **2.** Să se rezolve în $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ sistemul de ecuații $\begin{cases} x+y=4 \\ xy=3 \end{cases}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x=6\left(\sqrt{x-2}-1\right)$.

5p **4.** Să se determine termenul care nu conține pe x din dezvoltarea $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^9$.

5p **5.** Să se calculeze distanța de la punctul $A(3,0)$ la dreapta $d:3x-4y+1=0$.

5p **6.** Triunghiul ABC are $AB=4,\ BC=5$ și $CA=6$. Să se arate că $m(\sphericalangle B)=2m(\sphericalangle C)$.

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 14**

5p **1.** Să se calculeze $\lg\frac{1}{2}+\lg\frac{2}{3}+\lg\frac{3}{4}+...+\lg\frac{99}{100}$.

5p **2.** Să se determine $a\in\mathbb{R}^*$ pentru care $(a-3)x^2-ax-a<0$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{8-x}=\sqrt[3]{9-4x}$.

5p **4.** Să se determine numărul elementelor unei mulțimi știind că aceasta are exact 45 de submulțimi cu două elemente.

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei AB știind că $A(2,3)$ și $B(-5,4)$.

5p **6.** Triunghiul ABC ascuțitunghic are $AC=2\sqrt{3}$ și lungimea razei cercului circumscris egală cu 2. Să se determine măsura unghiului *B*.

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 15**

5p **1.** Să se calculeze $\log_3\left(5-\sqrt{7}\right)+\log_3\left(5+\sqrt{7}\right)-\log_3 2$.

5p **2.** Să se determine funcția de gradul al doilea al cărei grafic este tangent la axa Ox în punctul $(1,0)$ și trece prin punctul $(0,2)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea $[0,2\pi)$ ecuația $\sin x+\cos x=0$.

5p **4.** Câte numere naturale de patru cifre se pot forma cu elemente ale mulțimii $\{1,3,5,7,9\}$?

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei care conține punctul $A(-2,2)$ și este paralelă cu dreapta determinată de punctele $C(2,1)$, $D(-1,-3)$.

5p **6.** Fie $\alpha\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos\alpha=-\frac{5}{13}$. Să se calculeze $\sin\alpha$.

Varianta 16

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze modulul numărului complex $z = \frac{2-i}{2+i}$.

5p **2.** Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care $x^2 + ax + 2 \geq 0$, oricare ar fi numărul real x.

5p **3.** Să se rezolve în intervalul $[-1,1]$ ecuația $\arcsin\frac{1}{2} + \arcsin x = \frac{\pi}{3}$.

5p **4.** Să se rezolve ecuația $C_n^8 = C_n^{10}$, $n \in \mathbb{N}, n \geq 10$.

5p **5.** Să se afle măsura celui mai mare unghi al triunghiului ABC ştiind că $A(2,-2)$, $B(2,3)$, $C(-2,3)$.

5p **6.** Fie $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ astfel încât $\sin\alpha = \frac{3}{5}$. Să se calculeze $\sin 2\alpha$.

Varianta 17

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că numărul $\left(1+i\sqrt{3}\right)^3$ este întreg.

5p **2.** Să se determine imaginea funcției $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x + 2$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{-2x+1} = 5$.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr $\overline{ab}$ din mulțimea numerelor naturale de două cifre, să avem $a + b = 4$.

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul $A(-1,1)$ şi este perpendiculară pe dreapta $d: 5x - 4y + 1 = 0$.

5p **6.** Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC ştiind că $AB = 6$, $B = \frac{\pi}{4}$ şi $C = \frac{\pi}{6}$.

Varianta 18

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe ecuația $x^2 - 2x + 4 = 0$.

5p **2.** Să se afle valoarea minimă a funcției $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 2$.

5p **3.** Să se rezolve în intervalul $[-1,1]$ ecuația $\arcsin x + \arccos\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{2}$.

5p **4.** Care este probabilitatea ca, alegând un număr k din mulțimea $\{0,1,2,...,7\}$, numărul C_7^k să fie prim.

5p **5.** Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care vectorii $\vec{u} = a\vec{i} + 3\vec{j}$ şi $\vec{v} = 4\vec{i} + (a+4)\vec{j}$ sunt coliniari.

5p **6.** Să se calculeze $\overrightarrow{AB} \cdot \left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}\right)$, ştiind că $A(-3,4)$, $B(4,-3)$ şi $C(1,2)$.

Varianta 19

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se ordoneze crescător numerele $\sqrt{3}, \sqrt[3]{5}, \sqrt[4]{8}$.

5p **2.** Să se determine funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ știind că graficul său și graficul funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=-3x+3$ sunt simetrice față de dreapta $x=1$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2x+1}-10\cdot 3^{x+1}+27=0$.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă toate cifrele pare.

5p **5.** Să se determine ecuația medianei duse din vârful A al triunghiului ABC, unde $A(1,2)$, $B(2,3)$ și $C(2,-5)$.

5p **6.** Să se arate că $\operatorname{ctg} 2=\dfrac{\operatorname{ctg}1-\operatorname{tg}1}{2}$.

Varianta 20

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că $2\in\left(\log_3 4, \sqrt{5}\right)$.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe ecuația $x^2-2x+2=0$.

5p **3.** Să se rezolve în $[0,2\pi)$ ecuația $\sin x+\cos x=-1$.

5p **4.** Să se calculeze $C_4^4+C_5^4+C_6^4$.

5p **5.** Pe laturile AB și AC ale triunghiului ABC se consideră punctele M, respectiv N astfel încât $\overrightarrow{AM}=4\overrightarrow{MB}$ și $MN \parallel BC$. Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât $\overrightarrow{CN}=m\overrightarrow{AC}$.

5p **6.** Să se calculeze perimetrul triunghiului OAB, știind că $O(0,0)$, $A(-1,2)$ și $B(-2,3)$.

Varianta 21

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe ecuația $x^2-8x+25=0$.

5p **2.** Să se determine $a\in\mathbb{R}$, pentru care graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(a+1)x^2+3(a-1)x+a-1$, intersectează axa Ox în două puncte distincte.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}}=1$.

5p **4.** Să se calculeze $C_8^4-C_7^4-C_7^3$.

5p **5.** Să se determine ecuația perpendicularei duse din punctul $A(1,2)$ pe dreapta $d: x+y-1=0$.

5p **6.** Știind că $\sin x=\dfrac{1}{3}$, să se calculeze $\cos 2x$.

Varianta 22

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $1+i+i^2+...+i^{10}$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+2$, $g(x)=2x-1$. Să se rezolve ecuația $(f\circ g)(x)=0$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(x+9)+\lg(7x+3)=1+\lg(x^2+9)$.

5p **4.** Să se rezolve inecuația $C_n^2<10$, $n\geq 2$, n natural.

5p **5.** Se consideră dreptele paralele de ecuații $d_1:\ x-2y=0$ și $d_2:\ 2x-4y-1=0$. Să se calculeze distanța dintre cele două drepte.

5p **6.** Să se calculeze $\sin 75^\circ+\sin 15^\circ$.

Varianta 23

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze suma primilor 20 de termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_4-a_2=4$ și $a_1+a_3+a_5+a_6=30$.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\dfrac{2x+3}{x+2}=\dfrac{x-1}{x-2}$.

5p **3.** Să se calculeze $\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2}-\operatorname{arctg}\dfrac{1}{2}\right)$.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un element n din mulțimea $\{1,2,3,...,40\}$, numărul $2^{n+2}\cdot 6^n$ să fie pătrat perfect.

5p **5.** Să se calculeze coordonatele centrului de greutate al triunghiului ABC , dacă $A(5,-3), B(2,-1), C(0,9)$.

5p **6.** Știind că $\operatorname{tg}\alpha=2$, să se calculeze $\sin 4\alpha$.

Varianta 24

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $z+\dfrac{1}{z}$ pentru $z=\dfrac{-1+i\sqrt{3}}{2}$.

5p **2.** Să se determine funcția de gradul al doilea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ pentru care $f(-1)=f(1)=0$, $f(2)=6$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 x+\log_4 x+\log_8 x=\dfrac{11}{6}$.

5p **4.** Să se demonstreze că dacă $x\in\mathbb{R}$ și $|x|\geq 1$, atunci $(1+x)^2+(1-x)^2\geq 4$.

5p **5.** Să se determine ecuația înălțimii duse din B în triunghiul ABC , știind că $A(0,9)$, $B(2,-1)$ și $C(5,-3)$.

5p **6.** Să se calculeze $\left(2\vec{i}+5\vec{j}\right)\cdot\left(3\vec{i}-4\vec{j}\right)$.

Varianta 25

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $(1-i)(1+2i)-3(2-i)$.

5p **2.** Să se arate că pentru oricare $a \in \mathbb{R}^*$, dreapta $y = x + 4$ intersectează parabola $y = ax^2 + (a-2)x + 1$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x} - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 = 0$.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $\{10, 11, 12, ..., 40\}$, suma cifrelor lui să fie divizibilă cu 3.

5p **5.** În triunghiul *ABC* punctele M, N, P sunt mijloacele laturilor. Fie *H* ortocentrul triunghiului *MNP*. Să se demonstreze că $AH = BH = CH$.

5p **6.** Să se calculeze $\sin\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{4}\right)$.

Varianta 26

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Fie z_1 şi z_2 soluțiile complexe ale ecuației $2z^2 + z + 50 = 0$. Să se calculeze $|z_1| + |z_2|$.

5p **2.** Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - 2x$. Să se arate că funcția $f \circ f \circ f$ este strict descrescătoare.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x + 9^x = 2$.

5p **4.** Fie mulțimea $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ şi o funcție bijectivă $f : A \to A$. Să se calculeze $f(-2) + f(-1) + f(0) + f(1) + f(2)$.

5p **5.** În sistemul cartezian de coordonate *xOy* se consideră punctele $A(-1, 3)$ şi $B(1, -1)$. Să se determine ecuația mediatoarei segmentului AB.

5p **6.** Fie $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ cu $\sin\alpha = \frac{1}{3}$. Să se calculeze $\operatorname{tg}\alpha$.

Varianta 27

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze modulul numărului complex $z = 1 + i + i^2 + i^3 + \ldots + i^6$.

5p **2.** Să se determine valoarea maximă a funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -2x^2 + x$.

5p **3.** Să se rezolve în intervalul $(0; \infty)$ ecuația $\lg^2 x + 5\lg x - 6 = 0$.

5p **4.** Să se determine numărul funcțiilor $f : \{0,1,2,3\} \to \{0,1,2,3\}$ care au proprietatea $f(0) = f(1) = 2$.

5p **5.** În sistemul cartezian de coordonate *xOy* se consideră punctele $O(0, 0)$, $A(1, 2)$ şi $B(3, 1)$. Să se determine măsura unghiului AOB.

5p **6.** Ştiind că $\alpha \in \mathbb{R}$ şi că $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{3}$, să se calculeze $\sin 2\alpha$.

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 28**

5p **1.** Să se calculeze $(1+i)^{10}+(1-i)^{10}$.

5p **2.** Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=6x-3x^2$. Să se ordoneze crescător numerele $f\left(\sqrt{2}\right)$, $f\left(\sqrt{3}\right)$ și $f(2)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x-1}=3$.

5p **4.** Să se determine numărul funcțiilor $f:\{0,1,2,3\}\to\{0,1,2,3\}$ care au proprietatea că $f(0)$ este număr impar.

5p **5.** Fie triunghiul *ABC* și $M\in(BC)$ astfel încât $\frac{BM}{BC}=\frac{1}{3}$. Să se demonstreze că $\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

5p **6.** Știind că $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ și că $\sin\alpha=\frac{3}{5}$, să se calculeze $\operatorname{tg}\alpha$.

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 29**

5p **1.** Să se demonstreze că numărul $a=\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ este număr natural.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2-5x+2$. Să se rezolve inecuația $f(2x)\le 0$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x=\sqrt{2-x}$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând o mulțime din mulțimea submulțimilor nevide ale mulțimii $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, aceasta să aibă toate elementele impare.

5p **5.** Fie punctele $A(2,0)$, $B(1,1)$ și $C(3,-2)$. Să se calculeze $\sin\widehat{ACB}$.

5p **6.** Știind că $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ și că $\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{ctg}\alpha=2$, să se calculeze $\sin 2\alpha$.

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 30**

5p **1.** Să se demonstreze că numărul $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$ este natural.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-mx+2$. Să se determine mulțimea valorilor parametrului real *m* pentru care graficul funcției f intersectează axa *Ox* în două puncte distincte.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x+1)+\log_3(x+3)=1$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând o mulțime din mulțimea submulțimilor nevide ale mulțimii $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, aceasta să aibă produsul elementelor 120.

5p **5.** Se consideră punctele $A(0,2)$, $B(1,-1)$ și $C(3,4)$. Să se calculeze coordonatele centrului de greutate al triunghiului *ABC*.

5p **6.** Să se demonstreze că $\sin\frac{\pi}{8}=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$.

Varianta 31

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Știind că $\log_3 2 = a$, să se arate că $\log_{16} 24 = \frac{1+3a}{4a}$.

5p **2.** Să se determine două numere reale care au suma 1 şi produsul -1.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x+1} + 2^{x+2} = 160$.

5p **4.** Într-o clasă sunt 22 de elevi, dintre care 12 sunt fete. Să se determine în câte moduri se poate alege un comitet reprezentativ al clasei format din 3 fete şi 2 băieți.

5p **5.** În sistemul cartezian de coordonate *xOy* se consideră punctele $A(2,-1)$, $B(-1,1)$ şi $C(1,3)$. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul *C* și este paralelă cu dreapta *AB*.

5p **6.** Să se arate că $\sin 6 < 0$.

Varianta 32

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Se consideră numărul real $s = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \ldots + \frac{1}{2^{2009}}$. Să se demonstreze că $s \in (1;\ 2)$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$ şi $g(x) = -4x + 1$. Să se determine coordonatele punctului de intersecție a graficelor celor două funcții.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sin x = 1 + \cos^2 x$.

5p **4.** Fie mulțimea $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$. Să se determine numărul funcțiilor pare $f : A \to A$.

5p **5.** În sistemul cartezian de coordonate *xOy* se consideră punctele $A(2,-1)$, $B(-1,1)$ şi $C(1,3)$. Să se determine coordonatele punctului *D* ştiind că patrulaterul *ABCD* este paralelogram.

5p **6.** Știind că $x \in \left(\frac{\pi}{2};\ \pi\right)$ și că $\sin x = \frac{3}{5}$, să se calculeze $\sin \frac{x}{2}$.

Varianta 33

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că numărul $\log_4 16 + \log_3 9 + \sqrt[3]{27}$ este natural.

5p **2.** Să se determine valoarea minimă a funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 + 4x + 2$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $16^x + 3 \cdot 4^x = 4$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea $\left\{\sqrt{n} \mid n \in \mathbb{N},\ n < 100\right\}$, acesta să fie număr rațional.

5p **5.** În sistemul cartezian de coordonate *xOy* se consideră punctele $A(2,-1)$, $B(-1,1)$, $C(1,3)$ şi $D(a, 4)$, unde $a \in \mathbb{R}$. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât dreptele *AB* şi *CD* să fie paralele.

5p **6.** Știind că $x \in \mathbb{R}$ și că $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$, să se calculeze $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

Varianta 34

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze modulul numărului complex $z=(3+4i)^4$.

5p **2.** Să se arate că vârful parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2+2x+1$ se găsește pe dreapta de ecuație $x+y=0$.

5p **3.** Să se determine numărul soluțiilor ecuației $\sin x=\sin 2x$ din intervalul $[0,\ 2\pi)$.

5p **4.** Fie mulțimea $A=\{1,2,3,4,5\}$. Să se determine numărul funcțiilor bijective $f:A\to A$, cu proprietatea că $f(1)=2$.

5p **5.** În sistemul cartezian de coordonate *xOy* se consideră punctele $A(2,-1)$, $B(-1,1)$, $C(1,3)$ și $D(a,4)$, $a\in\mathbb{R}$. Să se determine $a\in\mathbb{R}$ pentru care dreptele *AB* și *CD* sunt perpendiculare.

5p **6.** Se consideră triunghiul ascuțitunghic *ABC* în care are loc relația $\sin B+\cos B=\sin C+\cos C$. Să se demonstreze că triunghiul *ABC* este isoscel.

Varianta 35

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze modulul numărului $(2+i)^3+(2-i)^3$.

5p **2.** Graficul unei funcții de gradul al doilea este o parabolă care trece prin punctele $A(1,-3)$, $B(-1,3)$, $C(0,1)$. Să se calculeze valoarea funcției în punctul $x=2$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3\cdot 4^x-6^x=2\cdot 9^x$.

5p **4.** Se consideră mulțimea $A=\{0,1,2,\dots,\ 2009\}$. Să se determine probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea *A*, acesta să fie divizibil cu 5.

5p **5.** În sistemul cartezian de coordonate *xOy* se consideră punctele $A(0,-3)$ și $B(4,\ 0)$. Să se calculeze distanța de la punctul *O* la dreapta *AB*.

5p **6.** Să se calculeze aria unui paralelogram *ABCD* cu $AB=6$, $AD=8$ și $m(\sphericalangle ADC)=135^\circ$.

Varianta 36

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Se consideră numărul rațional $\frac{1}{7}$ scris sub formă de fracție zecimală infinită $\frac{1}{7}=0,a_1a_2a_3\dots$. Să se determine a_{60}.

5p **2.** Fie funcțiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2-x$, $g(x)=3x+2$. Să se calculeze $(f\circ g)(x)-(g\circ f)(x)$.

5p **3.** Să se demonstreze că funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^3+1$ este injectivă.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să fie divizibil cu 50.

5p **5.** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ pentru care punctele $A(1,-2)$, $B(4,1)$ și $C(-1,a)$ sunt coliniare.

5p **6.** Fie *ABC* un triunghi care are $AB=3$, $AC=5$ și $BC=7$. Să se calculeze $\cos A$.

Varianta 37

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze suma $1+4+7+...+100$.

5p **2.** Să se determine imaginea funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x+1$.

5p **3.** Să se arate că numărul $\sin\left(\arcsin\frac{1}{2}\right)+\sin\left(\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ este natural.

5p **4.** Să se determine numărul termenilor raționali din dezvoltarea binomului $\left(\sqrt{2}+1\right)^5$.

5p **5.** Fie *ABCD* un pătrat de latură 1. Să se calculeze lungimea vectorului $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$.

5p **6.** Să se arate că $\sin 105^\circ=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

Varianta 38

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că $\log_2 3\in(1,2)$.

5p **2.** Să se determine valorile reale ale lui *m* pentru care $x^2+3x+m>0$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sin x+\cos(-x)=1$.

5p **4.** Să se arate că, pentru orice număr natural *n*, $n\geq 3$, are loc relația $C_n^2+C_n^3=C_{n+1}^3$.

5p **5.** Se consideră dreptele de ecuații $d_1: 2x+3y+1=0$, $d_2: 3x+y-2=0$ şi $d_3: x+y+a=0$.
Să se determine $a\in\mathbb{R}$ pentru care cele trei drepte sunt concurente.

5p **6.** Să se calculeze perimetrul triunghiului *ABC*, ştiind că $AB=4$, $AC=3$ şi $m(\sphericalangle BAC)=60^\circ$.

Varianta 39

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Se consideră numărul complex $z=\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$. Să se demonstreze că $z^2=\bar{z}$.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $-x^2+4x-3\geq 0$.

5p **3.** Să se arate că funcția $f:(1;\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\frac{1}{x}$ este injectivă.

5p **4.** Să se determine numărul funcțiilor $f:\{1,2,3\}\to\{0,1,2,3\}$ pentru care $f(1)$ este număr par.

5p **5.** Fie *ABC* un triunghi care are *AB* = 2, *AC* = 3 şi *BC* = $2\sqrt{2}$. Să se calculeze $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

5p **6.** Să se arate că $\sin 15^\circ=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

Varianta 40

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Se consideră $a \in \mathbb{R}$ şi numărul complex $z = \frac{a+2i}{2+ai}$. Să se determine a pentru care $z \in \mathbb{R}$.

5p **2.** Să se demonstreze că dreapta de ecuaţie $y = 2x + 3$ intersectează parabola de ecuaţie $y = x^2 - 4x + 12$ într-un singur punct.

5p **3.** Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x-1} = x$.

5p **4.** Se consideră mulţimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Să se determine probabilitatea ca, alegând o pereche (a, b) din produsul cartezian $A \times A$ să avem egalitatea $a + b = 6$.

5p **5.** În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $M(2, -1)$, $A(1, 2)$ şi $B(4, 1)$. Să se determine lungimea vectorului $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$.

5p **6.** Să se arate că $\sin(a+b) \cdot \sin(a-b) = \sin^2 a - \sin^2 b$, pentru oricare $a, b \in \mathbb{R}$.

Varianta 41

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că numărul $100^{\lg 2} + \sqrt[3]{-27}$ este natural.

5p **2.** Să se determine imaginea funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+1} = -3^x + 8$.

5p **4.** Să se determine numărul funcţiilor $f : \{1, 2, 3, 4\} \to \{1, 2, 3, 4\}$ care au proprietatea că $f(1) + f(3) = 7$.

5p **5.** În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(2, -1)$ şi $B(-1, 1)$. Să se determine ecuaţia dreptei care trece prin originea axelor şi este paralelă cu dreapta AB.

5p **6.** Fie a şi b numere reale astfel încât $\sin a + \sin b = 1$ şi $\cos a + \cos b = \frac{1}{2}$. Să se calculeze $\cos(a-b)$.

Varianta 42

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze partea întreagă a numărului $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{3^3}$.

5p **2.** Să se rezolve în $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ sistemul $\begin{cases} y = x^2 - 3x + 1 \\ y = 2x^2 + x + 4 \end{cases}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arcctg} \frac{1}{3} = \frac{\pi}{2}$.

5p **4.** Să se determine numărul termenilor raţionali ai dezvoltării $(\sqrt[4]{5} + 1)^{100}$.

5p **5.** Să se arate că punctele $A(-1, 5)$, $B(1,1)$ şi $C(3, -3)$ sunt coliniare.

5p **6.** Să se calculeze lungimea razei cercului înscris în triunghiul care are lungimile laturilor 4, 5 şi 7.

Varianta 43

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine valoarea de adevăr a propoziției: „Suma oricăror două numere iraționale este număr irațional.”

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x+2$. Să se rezolve ecuația $f(f(x))=f^2(x)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x-2^x=12$.

5p **4.** Fie mulțimea $A=\{1,2,3,4,5,6\}$. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând o pereche (a,b) din mulțimea $A\times A$, produsul numerelor a și b să fie impar.

5p **5.** În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(1,\ 3)$ și $C(-1,\ 1)$. Să se calculeze aria pătratului de diagonală AC.

5p **6.** Să se arate că $\sin 105^\circ+\sin 75^\circ=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$.

Varianta 44

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine partea reală a numărului complex $z=\dfrac{1-i}{1+i}$.

5p **2.** Să se determine valorile reale ale lui m pentru care $x^2+mx+1\geq 0$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\arcsin 2x=-\dfrac{1}{2}$.

5p **4.** Se consideră mulțimea $A=\{0,1,2,3,\ \dots,9\}$. Să se determine numărul submulțimilor mulțimii A care au 5 elemente, din care exact două sunt numere pare.

5p **5.** În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $B(-1,\ 2)$ și $C(2,\ -2)$. Să se determine distanța de la punctul O la dreapta BC.

5p **6.** Știind că $\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$ și $\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$, să se calculeze $\operatorname{ctg}\alpha$.

Varianta 45

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine partea întreagă a numărului $\dfrac{7}{5\sqrt{2}-1}$.

5p **2.** Fie x_1 și x_2 soluțiile reale ale ecuației $x^2+x-1=0$. Să se arate că $\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}\in\mathbb{Z}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2\cdot 3^x+3^{1-x}=7$.

5p **4.** Se consideră mulțimile $A=\{1,2,3,4\}$ și $B=\{1,2,3,4,5,6\}$. Să se determine numărul funcțiilor strict crescătoare $f:A\to B$.

5p **5.** În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(1,\ 3)$, $B(-2,\ 1)$ și $C(-3,-1)$. Să se calculeze lungimea înălțimii duse din vârful A în triunghiul ABC.

5p **6.** Să arate că $2\cdot(\sin 75^\circ-\sin 15^\circ)=\sqrt{2}$.

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 46**

5p **1.** Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ o progresie aritmetică. Ştiind că $a_3 + a_{19} = 10$, să se calculeze $a_6 + a_{16}$.

5p **2.** Să se determine valorile parametrului real m pentru care ecuația $x^2 - mx + 1 - m = 0$ are două rădăcini reale distincte.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg^2 x + \lg x = 6$.

5p **4.** Se consideră mulțimile $A = \{1, 2, 3\}$ şi $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Să se determine numărul funcțiilor strict descrescătoare $f : A \to B$, cu proprietatea că $f(3) = 1$.

5p **5.** În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $M(2, -1)$, $N(-1, 1)$ şi $P(0, 3)$. Să se determine coordonatele punctului Q astfel încât $MNPQ$ să fie paralelogram.

5p **6.** Să se calculeze lungimea medianei duse din A în triunghiul ABC, ştiind că $AB = 2$, $AC = 3$ şi $BC = 4$.

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 47**

5p **1.** Să se arate că numărul $(2+i)^4 + (2-i)^4$ este întreg.

5p **2.** Să se determine coordonatele punctelor de intersecție dintre dreapta de ecuație $y = 2x + 1$ şi parabola de ecuație $y = x^2 + x + 1$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2x + \sqrt{16 + x^2} = 11$.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de patru cifre, acesta să fie divizibil cu 9.

5p **5.** În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(-1, 1)$, $B(1, 3)$ şi $C(3, 2)$. Fie G centrul de greutate al triunghiului ABC. Să se determine ecuația dreptei OG.

5p **6.** Să se arate că $2 \cdot \left(\cos 75^\circ + \cos 15^\circ\right) = \sqrt{6}$.

SUBIECTUL I (30p) **Varianta 48**

5p **1.** Să se determine partea reală a numărului complex $\left(\sqrt{3} + i\right)^6$.

5p **2.** Se consideră funcția $f : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$. Să se calculeze $(f \circ f)(512)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\cos 2x + \sin x = 0$.

5p **4.** Se consideră mulțimea $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Să se determine numărul tripletelor (a, b, c) cu proprietatea că $a, b, c \in M$ şi $a < b < c$.

5p **5.** Să se calculeze distanța dintre dreptele paralele de ecuații $x + 2y = 6$ şi $2x + 4y = 11$.

5p **6.** Paralelogramul $ABCD$ are $AB = 1$, $BC = 2$ şi $m(\sphericalangle BAD) = 60^\circ$. Să se calculeze produsul

Varianta 49

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că numărul $\log_9 \sqrt{3} + \log_4 \sqrt[3]{2}$ este rațional.

5p **2.** Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = mx^2 - 2mx + m - 1$, $m \in \mathbb{R}^*$. Să se determine $m \in \mathbb{R}^*$ astfel încât $f(x) \le 0$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x + 2^{x+1} + 2^{x-1} = 56$.

5p **4.** Fie mulțimea $A = \{1, 2, \dots, 1000\}$. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un element din mulțimea $\{\sqrt[3]{n} \mid n \in A\}$, acesta să fie număr rațional.

5p **5.** Fie triunghiul ABC şi $M \in (BC)$ astfel încât $\overrightarrow{MC} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$. Să se demonstreze că $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{CA}$.

5p **6.** Ştiind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ şi $\operatorname{tg} x = 3$, să se calculeze $\sin 2x$.

Varianta 50

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât numerele 2^{a-1}, $2^{-a+2} + 1$, $2^{a+1} + 1$ să fie în progresie aritmetică.

5p **2.** Să se arate că vârful parabolei $y = x^2 + (2a-1)x + a^2$, $a \in \mathbb{R}$, este situat pe dreapta de ecuație $4x + 4y = 1$.

5p **3.** Să se arate că, dacă z este soluție a ecuației $z^2 + 2z + 4 = 0$, atunci $z^2 - \frac{8}{z} = 0$.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $\{11, 12, \dots, 50\}$, aceasta să fie divizibil cu 2 şi cu 5.

5p **5.** Trapezul isoscel $ABCD$ are bazele $[AB]$ şi $[CD]$ şi lungimea înălțimii egală cu 4. Să se calculeze $\left|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}\right|$.

5p **6.** Să se calculeze $\operatorname{tg} 2\alpha$, ştiind că $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ şi $\sin\alpha = \frac{12}{13}$.

Varianta 51

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine numărul elementelor mulțimii $(A \setminus B) \cap \mathbb{Z}$ ştiind că $A = (-3; 4]$ şi $B = (1; 5]$.

5p **2.** Să se determine coordonatele punctelor de intersecție a dreptei $y = 2x + 1$ cu parabola $y = x^2 - x + 3$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x-1} + \sqrt{2-x} = 1$.

5p **4.** Să se rezolve în mulțimea numerelor naturale inecuația $2^{x!} \le 2048$.

5p **5.** Să se calculeze distanța de la punctul $A(1;1)$ la dreapta $d : 5x + 12y - 4 = 0$.

5p **6.** Să se calculeze $\operatorname{tg}(a+b)$ ştiind că $\operatorname{ctg} a = 2$ şi $\operatorname{ctg} b = 5$.

Varianta 52

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=|4x-8|-2|4-2x|$ este constantă.

5p **2.** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ pentru care parabola $y=x^2-2x+a-1$ și dreapta $y=2x+3$ au două puncte distincte comune.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{x-1}+1=x$.

5p **4.** Să se determine numărul termenilor iraționali ai dezvoltării $\left(\sqrt{3}+1\right)^9$.

5p **5.** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât vectorii $\vec{u}=(m+1)\vec{i}+8\vec{j}$ și $\vec{v}=(m-1)\vec{i}-4\vec{j}$ să fie coliniari .

5p **6.** Triunghiul ABC are lungimile laturilor $AB=5$, $BC=7$ și $AC=8$. Să se calculeze $m(\sphericalangle A)$.

Varianta 53

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $\left[\sqrt{2009}\right]+3\cdot\left\{-\frac{1}{3}\right\}$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui *x* și $\{x\}$ reprezintă partea fracționară a lui *x*.

5p **2.** Să se determine imaginea intervalului $[2,3]$ prin funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x+3$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+8}-\sqrt{x}=2$.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii divizorilor naturali ai numărului 56, acesta să fie divizibil cu 4.

5p **5.** Fie vectorii $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}$, $\vec{b}=\vec{i}-\vec{j}$ și $\vec{u}=6\vec{i}+2\vec{j}$. Să se determine $p,r\in\mathbb{R}$ astfel încât $\vec{u}=p\vec{a}+r\vec{b}$.

5p **6.** Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris unui triunghi care are lungimile laturilor 5 , 7 și 8.

Varianta 54

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze partea întreagă a numărului $(\sqrt{3}+\sqrt{7})^2$.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $\frac{2x-1}{1-x}\geq\frac{3x+2}{1-2x}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{2-x}+x=2$.

5p **4.** Se consideră dezvoltarea $(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt{y})^{49}$. Să se determine termenul care îi conține pe *x* și *y* la același exponent.

5p **5.** Fie $\overrightarrow{r_A}=2\vec{i}+\vec{j}$, $\overrightarrow{r_B}=\vec{i}+3\vec{j}$ și $\overrightarrow{r_C}=3\vec{i}+2\vec{j}$ vectorii de poziție ai vârfurilor triunghiului ABC. Să se determine vectorul de poziție al centrului de greutate a triunghiului ABC.

5p **6.** Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC, știind că $BC=3$ și $\cos A=\frac{1}{2}$.

Varianta 55

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $[-\sqrt{8}]-\{-2,8\}$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui x şi $\{x\}$ reprezintă partea fracţionară a lui x.

5p **2.** Să se rezolve în mulţimea $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ sistemul $\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ x+y=5 \end{cases}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^x-5\cdot 2^{x+1}+16=0$.

5p **4.** Să se determine $x\in\mathbb{N}$, $x\geq 2$ astfel încât $C_x^2+A_x^2=30$.

5p **5.** Fie punctele $O(0;0)$, $A(2;1)$ şi $B(-2;1)$. Să se determine cosinusul unghiului format de vectorii $\overrightarrow{OA}$ şi $\overrightarrow{OB}$.

5p **6.** Să se calculeze $\operatorname{tg} 2x$, ştiind că $\operatorname{ctg} x = 3$.

Varianta 56

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se rezolve în mulţimea numerelor complexe ecuaţia $2\bar{z}+z=3+4i$.

5p **2.** Ştiind că x_1 şi x_2 sunt rădăcinile ecuaţiei $x^2+3x+1=0$, să se calculeze $x_1^3+x_2^3$.

5p **3.** Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $1+5^x-2\cdot 25^x=0$.

5p **4.** Se consideră dezvoltarea $\left(a^2+\frac{1}{\sqrt[3]{a}}\right)^9$, $a\neq 0$. Să se determine rangul termenului care-l conţine pe a^4.

5p **5.** Să se calculeze $\vec{u}^2-\vec{v}^2$ ştiind că $\vec{u}-\vec{v}=3\vec{i}+2\vec{j}$ şi $\vec{u}+\vec{v}=2\vec{i}+3\vec{j}$.

5p **6.** Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris unui triunghi dreptunghic care are catetele de lungimi 5 şi 12.

Varianta 57

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că numărul $\sqrt{7+4\sqrt{3}}-\sqrt{3}$ este natural.

5p **2.** Să se arate că $\left(x^2+4x+5\right)\left(x^2+2x+2\right)\geq 1$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2^2 x+\log_2(4x)=4$.

5p **4.** Să se determine termenul independent de x din dezvoltarea $\left(\sqrt[3]{x}+\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{200}$, $x>0$.

5p **5.** Se consideră dreapta $d:\ 4x-8y+1=0$ şi punctul $A(2\ ;\ 1)$. Să se determine ecuaţia dreptei care trece prin punctul A şi este paralelă cu dreapta d.

5p **6.** Triunghiul ABC are $AB=2$, $AC=4$ şi $m(\sphericalangle A)=60^\circ$. Să se calculeze lungimea medianei duse din A.

Varianta 58

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze partea reală a numărului complex $\frac{1+4i}{4+7i}$.

5p **2.** Să se determine axa de simetrie a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2-6x+1$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+1}+3^{1-x}=10$.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii $A=\{1,3,5,...,2009\}$, acesta să fie multiplu de 3.

5p **5.** Se consideră dreapta $d:2x+y-1=0$ și punctul $A(3,\ 2)$. Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul A și este perpendiculară pe dreapta d.

5p **6.** Fie triunghiul ABC care are $AB=AC=5$ și $BC=6$. Să se calculeze distanța de la centrul de greutate al triunghiului ABC la dreapta BC.

Varianta 59

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că numărul $\lg\left(1-\frac{1}{2}\right)+\lg\left(1-\frac{1}{3}\right)+\lg\left(1-\frac{1}{4}\right)+...+\lg\left(1-\frac{1}{100}\right)$ este întreg.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $|x-3|+|4-x|=1$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3 x+\frac{1}{\log_3 x}=\frac{5}{2}$.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii $A=\{2,4,6,...,2010\}$, acesta să fie divizibil cu 4 , dar să nu fie divizibil cu 8.

5p **5.** Se consideră punctele $A(2,m)$ și $B(m,-2)$. Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât $AB=4$.

5p **6.** Să se calculeze $\sin^2 x$ știind că $\text{ctg}\,x = 6$.

Varianta 60

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că $2(1+3+3^2+...+3^8)<3^9$.

5p **2.** Fie x_1,x_2 soluțiile ecuației $x^2+5x-7=0$. Să se arate că numărul $x_1^3+x_2^3$ este întreg.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5 x+\log_x 5=\frac{5}{2}$.

5p **4.** Să se determine $x\in\mathbb{N}$, $x\geq 3$ astfel încât $C_{2x-3}^{2}=3$.

5p **5.** Se consideră punctele $A(2,3)$ și $B(-3,-2)$. Să se scrie ecuația mediatoarei segmentului AB.

5p **6.** Fie vectorii $\vec{u}$ și $\vec{v}$. Știind că $\vec{u}\cdot\vec{v}=5$, $|\vec{u}|=2$ și $|\vec{v}|=3$ să se calculeze $\cos\left(\sphericalangle\left(\vec{u},\vec{v}\right)\right)$.

Varianta 61

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine numărul real x ştiind că numerele $x+1, 1-x$ şi 4 sunt în progresie aritmetică.

5p **2.** Să se determine punctele de intersecție a parabolei $y=x^2+5x-6$ cu axele de coordonate.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea $[0,2\pi]$ ecuația $2\sin x+1=0$.

5p **4.** Fie mulțimea $M=\{1,2,3,4,5,6\}$. Să se determine probabilitatea ca, alegând una dintre submulțimile mulțimii M, aceasta să aibă 2 elemente.

5p **5.** Punctele A, B şi G au vectorii de poziție $\overrightarrow{r_A}=4\vec{i}+7\vec{j}$, $\overrightarrow{r_B}=2\vec{i}-\vec{j}$, $\overrightarrow{r_G}=4\vec{i}+4\vec{j}$. Să se determine vectorul de poziție a punctului C astfel încât punctul G să fie centrul de greutate al triunghiului ABC.

5p **6.** Fie vectorii $\vec{u}$ şi $\vec{v}$. Dacă $|\vec{u}|=1$, $|\vec{v}|=2$ şi măsura unghiului vectorilor $\vec{u}$ şi $\vec{v}$ este $\frac{\pi}{3}$, să se calculeze $(2\vec{u}+\vec{v})\cdot(2\vec{v}-\vec{u})$.

Varianta 62

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine $x>0$ ştiind că numerele x, 6 şi $x-5$ sunt în progresie geometrică.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x-2$. Să se calculeze $f\left(2\cdot\left(f(-1)\right)\right)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\cos\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$.

5p **4.** Să se arate că $(n!)^2$ divide $(2n)!$, pentru oricare n natural.

5p **5.** Se consideră punctele $A(3,2)$ şi $B(6,5)$. Să se determine coordonatele punctelor M şi N ştiind că acestea împart segmentul $[AB]$ în trei segmente congruente, iar ordinea punctelor este A, M, N, B.

5p **6.** Să se determine numerele naturale a pentru care numerele a, $a+1$ şi $a+2$ sunt lungimile laturilor unui triunghi obtuzunghic.

Varianta 63

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că şirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, de termen general $a_n=\frac{4n}{n+3}$, este crescător.

5p **2.** Să se determine coordonatele punctelor de intersecție a parabolelor $y=x^2+x+1$ şi $y=-x^2-2x+6$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)$.

5p **4.** Suma coeficienților binomiali ai dezvoltării $(2x^2-5y)^n$ este egală cu 32. Să se determine termenul de rang patru.

5p **5.** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât dreptele d_1: $mx+3y+2=0$ şi d_2: $2x+y-8=0$ să fie concurente.

5p **6.** Fie $ABCD$ un patrulater. Să se arate că dacă $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=0$, atunci $AB^2+CD^2=AD^2+BC^2$.

Varianta 64

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că şirul $(a_n)_{n\geq 1}$, de termen general $a_n = n^2 - n$, este strict monoton.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definite prin $f(x)=x^2+2x+1$ şi $g(x)=x-2009$.
Să se demonstreze că, pentru orice $x\in\mathbb{R}$, $(f\circ g)(x)\geq 0$.

5p **3.** Să se rezolve în $(0,\pi)$ ecuația $\operatorname{tg}\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$.

5p **4.** Să se determine $x\in\mathbb{N}$, $x\geq 3$ ştiind că $C_x^{x-1}+C_{x-1}^{x-3}\leq 9$.

5p **5.** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ ştiind că dreptele $d_1:\ mx+(m+2)y-1=0$ şi $d_2:\ (m+2)x+4my-8=0$ sunt paralele.

5p **6.** Fie ABC un triunghi cu $\operatorname{tg}A=2,\ \operatorname{tg}B=3.$ Să se determine măsura unghiului C.

Varianta 65

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine primul termen al progresiei aritmetice $a_1, a_2, 13, 17, \ldots$.

5p **2.** Să se arate că funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+2\sin x$ este impară.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3\sin x+\sqrt{3}\cos x=0$.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să aibă suma cifelor egală cu 2.

5p **5.** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ ştiind că dreptele d_1: $mx+3y-2=0$ şi d_2: $12x+2y+1=0$ sunt perpendiculare.

5p **6.** Ştiind că $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\frac{1}{\sqrt{3}}$, să se calculeze $\sin\alpha$.

Varianta 66

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $(2+i)(3-2i)-(1-2i)(2-i)$.

5p **2.** Să se arate că $\frac{1}{3}$ este o perioadă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\{3x\}$, unde $\{a\}$ este partea fracționară a numărului a.

5p **3.** Să se rezolve în $[0,2\pi]$ ecuația $\sqrt{3}\sin x-\cos x=1$.

5p **4.** Să se calculeze $\dfrac{C_{20}^{10}}{C_{20}^{9}}$.

5p **5.** Se consideră punctele $A(2,3)$, $B(4,n)$, $C(2,2)$ şi $D(m,5)$. Să se determine $m,n\in\mathbb{R}$ astfel încât patrulaterul $ABCD$ să fie paralelogram .

5p **6.** Să se calculeze $\cos^2 x$, ştiind că $\operatorname{tg}x=4$.

Varianta 67

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine primul termen al progresiei geometrice cu termeni pozitivi $b_1, 6, b_3, 24, ...$.

5p **2.** Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(3-m^2)x+3$, să fie strict crescătoare.

5p **3.** Să se calculeze $\sin\frac{\pi}{3}+\sin\frac{2\pi}{3}+\sin\frac{3\pi}{3}+\sin\frac{4\pi}{3}$.

5p **4.** Se consideră mulțimea *M* a tuturor funcțiilor definite pe $A=\{1,2,3\}$ cu valori în $B=\{5,6,7\}$. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând o funcție din mulțimea *M*, aceasta să fie injectivă .

5p **5.** Se consideră punctul *G*, centrul de greutate al triunghiului *ABC*. Prin punctul *G* se duce paralela la *AB* care intersectează dreapta *BC* în punctul *P*. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $\overrightarrow{GP}=m\overrightarrow{AB}$.

5p **6.** Să se calculeze $\cos 2\alpha$, știind că $\cos\alpha=\frac{1}{3}$.

Varianta 68

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că numărul $\frac{25}{4+3i}+\frac{25}{4-3i}$ este întreg.

5p **2.** Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(m^2-2)x-3$ să fie strict descrescătoare.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\operatorname{arctg}\frac{x}{3}+\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\pi}{3}$.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale pare de două cifre , acesta să fie divizibil cu 4.

5p **5.** Pe laturile *AB* şi *AC* ale triunghiului *ABC* se consideră punctele *M* şi respectiv *N* astfel încât $\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{MB}$ şi $\overrightarrow{AN}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$. Să se demonstreze că vectorii $\overrightarrow{MN}$ şi $\overrightarrow{BC}$ sunt coliniari.

5p **6.** Să se calculeze $\sin\frac{11\pi}{12}$.

Varianta 69

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine $z \in \mathbb{C}$ ştiind că $\frac{\overline{z}+7i}{z}=6$.

5p **2.** Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$. Să se calculeze $f(1)+f(2)+f(3)+...+f(50)$.

5p **3.** Se consideră funcția $f:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$, $f(x)=3x+1$. Să se demonstreze că funcția f este neinversabilă.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând o cifră din mulțimea $\{0,1,2,...,9\}$, aceasta să verifice inegalitatea $(x+1)!-x!\le 100$.

5p **5.** Să se arate că dreptele de ecuații $d_1:\ 2x-y+1=0$ şi $d_2:\ 2x+y-1=0$ sunt simetrice față de axa *Oy*.

5p **6.** Să se calculeze $\cos\frac{7\pi}{12}$.

Varianta 70

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $(1+i)^{20}$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x}$. Să se calculeze suma
$S = f(f(-10))+f(f(-9))+...+f(f(-1))+f(f(1))+...+f(f(9))+f(f(10))$.

5p **3.** Să se arate că funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\log_2(3^x+1)$ este injectivă.

5p **4.** Să se calculeze $A_5^3 - 6C_5^3$.

5p **5.** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ știind că distanța de la punctul $A(m,\ m+1)$ la dreapta $d:\ 3x-4y-1=0$ este 1.

5p **6.** Să se calculeze $\cos 75^\circ - \cos 15^\circ$.

Varianta 71

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $\log_7 2009 - \log_7 287 - 1$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}^*\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-\frac{1}{x^2}$. Să se arate că funcția f este pară.

5p **3.** Să se arate că valoarea maximă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3-x^4$ este $f(0)$.

5p **4.** Să se determine $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$, astfel încât $3C_n^1+2C_n^2=8$.

5p **5.** Se consideră triunghiul ABC și punctele A', B', C' astfel încât $\overrightarrow{A'C}=2\overrightarrow{BA'}$, $\overrightarrow{B'C}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{C'A}=3\overrightarrow{BC'}$. Să se arate că dreptele AA', BB' și CC' sunt concurente.

5p **6.** Să se determine ecuația medianei corespunzătoare laturii BC a triunghiului ABC, știind că $A(2,2)$ și ecuațiile medianelor duse din B și C sunt $2x+y-2=0$, respectiv $x-y+2=0$.

Varianta 72

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că numărul $\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)^{100}$ este real.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}^*\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-\frac{1}{x}$. Să se arate că funcția f este impară.

5p **3.** Să se determine imaginea funcției $f:[1,\ 4]\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x$.

5p **4.** Să se calculeze $C_{2009}^0\cdot 5^{2009}-C_{2009}^1\cdot 5^{2008}\cdot 4+C_{2009}^2\cdot 5^{2007}\cdot 4^2-...-C_{2009}^{2009}\cdot 4^{2009}$.

5p **5.** Se consideră punctul $A(1,\ 2)$ și dreapta de ecuație $d:\ 4x-2y+5=0$. Să se determine ecuația perpendicularei duse din punctul A pe dreapta d.

5p **6.** Să se calculeze $\sin 75^\circ\cdot\cos 15^\circ$.

Varianta 73

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $|5-12i|-|12+5i|$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x^4$. Să se calculeze $(f\circ f\circ f\circ f)(1)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x+4^x=20$.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un element al mulțimii $A=\{0,5,10,...,2010\}$, acesta să fie divizibil cu 25 .

5p **5.** Se consideră un triunghi ABC, cu lungimile laturilor $AB=c, AC=b$ şi un punct D astfel încât $\overline{AD}=b\overline{AB}+c\overline{AC}$. Să se arate că semidreapta $[AD$ este bisectoarea unghiului BAC.

5p **6.** Fie $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ astfel încât $\cos 2\alpha=\frac{1}{2}$. Să se calculeze $\cos\alpha$.

Varianta 74

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se rezolve în mulțimea numerelor complexe ecuația $z^2+3z+4=0$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-2m+2$. Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât graficul funcției f să nu intersecteze axa Ox.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2-x}+\sqrt[3]{x-2}=0$.

5p **4.** Să se arate că $C_{a+b}^{a}=C_{a+b}^{b}$, pentru oricare $a,b\in\mathbb{N}^*$.

5p **5.** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât punctele $A(3,3)$, $B(2,4)$ şi $C(2m,1-m)$ să fie coliniare.

5p **6.** Fie $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ astfel încât $\cos 2\alpha=-\frac{1}{2}$. Să se calculeze $\sin\alpha$.

Varianta 75

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se ordoneze crescător numerele $a=-\sqrt[3]{27}, b=\log_2\frac{1}{16}$ şi $c=-2$.

5p **2.** Să se determine valorile parametrului real m ştiind că parabola asociată funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+mx-2m$ se află situată deasupra axei Ox.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2\left(\sqrt{x^2+x-2}\right)=1$.

5p **4.** Se consideră dreptele paralele d_1, d_2 şi punctele distincte $A,B,C\in d_1$, $M,N,P,Q\in d_2$. Să se determine numărul triunghiurilor care au toate vârfurile în mulțimea celor şapte puncte date.

5p **5.** Să se determine coordonatele simetricului punctului $A(-3;2)$ față de mijlocul segmentului $[BC]$, unde $B(1;-4)$ şi $C(-5,-1)$.

5p **6.** Să se calculeze aria triunghiului ABC în care $AM=BC=4$, unde M este mijlocul lui (BC), iar $m(\sphericalangle AMC)=150^\circ$.

Varianta 76

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se verifice dacă numărul $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ aparține mulțimii $\left\{a+b\sqrt{2} \mid a,b\in\mathbb{Z}\right\}$.

5p **2.** Se consideră ecuația $x^2-3x+1=0$, cu rădăcinile x_1 și x_2. Să se arate că $x_1^2+x_2^2\in\mathbb{N}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\operatorname{arctg}\sqrt{3}+\operatorname{arctg}x=\frac{\pi}{2}$.

5p **4.** Să se arate că oricare ar fi n natural, $n\geq 1$, are loc egalitatea $C_{2n}^{n}=2\cdot C_{2n-1}^{n}$.

5p **5.** Se consideră vectorii $\vec{u}=\vec{i}-\vec{j}$ și $\vec{v}=2\vec{i}+4\vec{j}$. Să se calculeze modulul vectorului $\vec{u}+\vec{v}$.

5p **6.** Fie $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$, astfel încât $\sin\alpha=\frac{3}{5}$. Să se calculeze $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$.

Varianta 77

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ de rație 2 și cu $a_3+a_4=8$. Să se determine a_1.

5p **2.** Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=1+x$. Să se calculeze $f(-1)+f(-2)+f(-3)+\ldots+f(-10)$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $4^x-2^x=56$.

5p **4.** Să se calculeze $A_4^3-A_3^2-C_4^2$.

5p **5.** Fie ABC un triunghi și G centrul său de greutate. Se consideră punctul M definit prin $\overrightarrow{MB}=-2\overrightarrow{MC}$. Să se arate că dreptele GM și AC sunt paralele.

5p **6.** Fie $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, astfel încât $\sin\alpha=\frac{3}{4}$. Să se calculeze $\operatorname{tg}\alpha$.

Varianta 78

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $10^{\lg 7}-\sqrt[3]{343}$.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $2x^2-3x+1\leq 0$.

5p **3.** Să se arate că funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\log_3 2^x-x$ este injectivă.

5p **4.** Să se calculeze numărul diagonalelor unui poligon convex cu 8 laturi.

5p **5.** Fie $ABCD$ un paralelogram și P un punct astfel ca $\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{PD}$. Să se arate că $\overrightarrow{BP}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right)$.

5p **6.** Fie $a,b\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$, astfel încât $a+b=\frac{\pi}{4}$. Să se arate că $\operatorname{tg}a\operatorname{tg}b+\operatorname{tg}a+\operatorname{tg}b=1$.

Varianta 79

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right) \cap \left(\log_2 3, \infty\right) = \varnothing$.

5p **2.** Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 4x + 3$. Să se determine abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției *f* cu axa Ox.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x} + \sqrt{1-x} = 1$.

5p **4.** Să se determine $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$, astfel încât C_n^3 să dividă C_{n+1}^3.

5p **5.** Fie punctele $A(1,2)$, $B(-1,3)$ și $C(0,4)$. Să se calculeze lungimea înălțimii duse din vârful A al triunghiului ABC.

5p **6.** Fie $x \in \mathbb{R}$, astfel încât $\text{tg}^2 x = 6$. Să se calculeze $\cos^2 x$.

Varianta 80

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $(1-i)\left(1-i^2\right)\left(1-i^3\right)...\left(1-i^{2009}\right)$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - x$ și $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = 2x - 1$. Să se arate că funcția $f \circ g$ este descrescătoare.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $\sqrt[3]{2 - x^2} \geq 1$.

5p **4.** Să se calculeze numărul funcțiilor injective $f : \{1,2,3\} \to \{1,2,3,4,5\}$ cu proprietatea că $f(1) \neq 1$.

5p **5.** Să se determine ecuația dreptei care trece prin punctul $P(4,-1)$ și este paralelă cu dreapta $x - 2y + 1 = 0$.

5p **6.** Fie $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $\sin x = \frac{1}{2} + \cos x$. Să se calculeze $\sin 2x$.

Varianta 81

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze partea întreagă a numărului $\log_2 500$.

5p **2.** Se consideră ecuația $x^2 - 2x + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$, care are rădăcinile reale x_1 și x_2. Știind că $|x_1 - x_2| = 1$, să se determine m.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[3]{1-x} = 1 + x$.

5p **4.** Să se calculeze $C_{16}^0 + C_{16}^2 + C_{16}^4 + ... + C_{16}^{16}$.

5p **5.** Să se determine $a \in \mathbb{R}$ știind că dreptele $x + y = 1$ și $3x - ay = 2$ sunt paralele.

5p **6.** Fie $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât $a + b = \frac{\pi}{2}$. Să se arate că $\sin 2a + \sin 2b = 2\cos(a - b)$.

Varianta 82

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se verifice că numărul $1+i$ este rădăcină a ecuației $z^4+4=0$.

5p **2.** Să se arate că vârful parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x+9$ se află pe dreapta de ecuație $x+y=7$.

5p **3.** Fie $f:\{1,2,3\}\to\{4,5,6\}$ o funcție injectivă. Să se arate că $f(1)+f(2)+f(3)=15$.

5p **4.** Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă ambele cifre impare.

5p **5.** Se consideră punctele $A(1,0), B(2,3)$ și $C(-1,4)$. Să se calculeze $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

5p **6.** Fie $a\in\mathbb{R}$, astfel încât $\sin a=\frac{1}{4}$. Să se calculeze $\sin 3a$.

Varianta 83

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că numărul $\sqrt[3]{3}$ aparține intervalului $\left(\sqrt{2},\log_2 5\right)$.

5p **2.** Să se determine valorile reale ale lui m știind că $x^2+3x+m\ge 0$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+\cos\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=1$.

5p **4.** Într-o urnă sunt 49 de bile, inscripționate cu numerele de la 1 la 49. Să se calculeze probabilitatea ca, extrăgând o bilă din urnă, aceasta să aibă scris pe ea un pătrat perfect.

5p **5.** Să se determine $m\in\mathbb{R}$ știind că vectorii $\vec{u}=2\vec{i}-3\vec{j}$ și $\vec{v}=m\vec{i}+4\vec{j}$ sunt perpendiculari.

5p **6.** Să se arate că $\operatorname{tg}1^\circ\cdot\operatorname{tg}2^\circ\cdot\operatorname{tg}3^\circ\cdot\ldots\cdot\operatorname{tg}89^\circ=1$.

Varianta 84

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Fie $z\in\mathbb{C}$. Să se arate că dacă $2z+3\bar{z}\in\mathbb{R}$, atunci $z\in\mathbb{R}$.

5p **2.** Să se determine funcția de gradul al doilea al cărei grafic conține punctele $(0,4),(1,-2)$ și $(-1,1)$.

5p **3.** Se se arate că funcția $f:(0,\infty)\to(1,3)$, $f(x)=\frac{x+3}{x+1}$ este bijectivă.

5p **4.** Să se determine numerele naturale n, $n\ge 5$, astfel încât $C_n^3=C_n^5$.

5p **5.** Se consideră punctele A,B,C,D astfel încât $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. Să se arate că $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}=\vec{0}$.

5p **6.** Fie $a,b\in\mathbb{R}$, astfel încât $a-b=\pi$. Să se arate că are loc relația $\cos a\cdot\cos b\le 0$.

Varianta 85

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Fie $z \in \mathbb{C}$. Să se arate că numărul $i\left(z-\overline{z}\right)$ este real.

5p **2.** Să se determine $m \in \mathbb{R}$ pentru care parabola asociată funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2+(m+1)x+m$ este tangentă la axa *Ox*.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+1}=5-x$.

5p **4.** Câți termeni ai dezvoltării $(1+2)^7$ sunt divizibili cu 14?

5p **5.** Fie ABC un triunghi echilateral de arie $\sqrt{3}$. Să se calculeze $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

5p **6.** Fie $a,b\in\mathbb{R}$, astfel încât $a+b=\frac{3\pi}{2}$. Să se arate că $\sin 2a-\sin 2b=0$.

Varianta 86

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că numărul $\frac{1+3i}{1-3i}+\frac{1-3i}{1+3i}$ este real.

5p **2.** Numere reale *a* şi *b* au suma 5 şi produsul 2. Să se calculeze valoarea sumei $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$.

5p **4.** Câte elemente ale mulțimii $A=\left\{x \mid x=C_7^k,\ k\in\mathbb{N},\ k\le 7\right\}$ sunt divizibile cu 7?

5p **5.** Fie *ABCD* un dreptunghi cu *AB* = 3 şi *AD* = 6. Să se calculeze modulul vectorului $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$.

5p **6.** Să se calculeze suma $\cos 1^\circ+\cos 2^\circ+\cos 3^\circ+...+\cos 179^\circ$.

Varianta 87

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Fie $z\in\mathbb{C}$ o rădăcină de ordin 3 a unității, diferită de 1. Să se calculeze $1+z+z^2$.

5p **2.** Să se determine soluțiile întregi ale inecuației $x^2+x-6\le 0$.

5p **3.** Fie funcția $f:(1,\infty)\to(2,\infty),\ f(x)=x^2+1$. Să se arate că funcția f este bijectivă.

5p **4.** Câte numere naturale de la 1 la 100 sunt divizibile cu 6 şi cu 8?

5p **5.** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ pentru care vectorii $\overrightarrow{v_1}=a\vec{i}+(a+1)\vec{j}$ şi $\overrightarrow{v_2}=3\vec{i}+5\vec{j}$ sunt coliniari.

5p **6.** Triunghiul *ABC* are laturile $AB=3$, $BC=5$ şi $AC=7$. Să se calculeze lungimea razei cercului înscris în triunghiul *ABC*.

Varianta 88

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se ordoneze crescător numerele $a=\lg 2-\lg 20$, $b=C_3^2-C_4^2$ şi $c=-\sqrt[3]{4\sqrt{4}}$.

5p **2.** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ ştiind că distanța de la vârful parabolei de ecuație $y=x^2+2x+a$ la axa *Ox* este egală cu 1.

5p **3.** Numerele reale *x* şi *y* verifică egalitatea $\operatorname{arctg} x+\operatorname{arctg} y=\frac{\pi}{2}$. Să se arate că $x\cdot y=1$.

5p **4.** Să se arate că numărul A_n^3, $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 3$ este divizibil cu 3.

5p **5.** Punctele E,F,G,H sunt mijloacele laturilor $[BC],[DA],[AB],$ respectiv $[CD]$ ale patrulaterului $ABCD$. Să se demonstreze că $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{HG}=\overrightarrow{CA}$.

5p **6.** Să se calculeze $\operatorname{tg} x$, ştiind că $x\in\left(\frac{3\pi}{4},\pi\right)$ şi $\sin 2x=-\frac{3}{5}$.

Varianta 89

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se determine numerele complexe z care verifică relația $z+3i=6\cdot\bar{z}$.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $|1-2x|=|x+4|$.

5p **3.** Să se determine imaginea funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x}{1+4x^2}$.

5p **4.** Să se determine numărul funcțiilor strict monotone $f:\{1,2,3\}\to\{5,6,7,8\}$.

5p **5.** Să se demonstreze că pentru orice punct *M* din planul paralelogramului *ABCD* are loc egalitatea $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}$.

5p **6.** Fie *a* şi *b* numere reale, astfel încât $a+b=\frac{\pi}{3}$. Să se arate că $\sin 2a-\sin 2b-\sin(a-b)=0$.

Varianta 90

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu rația 3. Ştiind că suma primilor 10 termeni ai progresiei este 150, să se determine a_1.

5p **2.** Să se determine toate perechile (a,b) de numere reale pentru care $a^2+b^2=a+b=2$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg x+\lg(9-2x)=1$.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $\{1,2,3,...,100\}$, acesta să **nu** fie divizibil cu 7.

5p **5.** Se consideră punctele $A(0,2)$, $B(1,-1)$ şi $C(5,1)$. Să se determine ecuația dreptei duse din vârful *A*, perpendiculară pe dreapta *BC*.

5p **6.** Să se arate că $1+\cos\frac{2\pi}{5}+\cos\frac{4\pi}{5}+\cos\frac{6\pi}{5}+\cos\frac{8\pi}{5}=0$.

Varianta 91

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze modulul numărului complex $z=\left(\sqrt{2}-1+i\left(\sqrt{2}+1\right)\right)^{2}$.

5p **2.** Să se determine numerele reale *x* şi *y* ştiind că $x+2y=1$ şi $x^{2}-6y^{2}=1$.

5p **3.** Să se arate că funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^{2}+x+1$ nu este injectivă.

5p **4.** Să se calculeze $C_{10}^{3}-C_{9}^{3}$.

5p **5.** Fie *ABCD* un paralelogram. Ştiind că vectorii $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ şi $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$ au acelaşi modul, să se arate că *ABCD* este dreptunghi.

5p **6.** Să se arate că $\sin 40^{\circ}\cdot\sin 140^{\circ}=\cos^{2}130^{\circ}$.

Varianta 92

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Numerele reale pozitive *a,b,c,d* sunt în progresie geometrică. Ştiind că $d-a=7$ şi $c-b=2$, să se determine raţia progresiei.

5p **2.** Să se determine valorile reale nenule ale lui *m* ştiind că $mx^{2}+x-2\le 0$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p **3.** Să se rezolve în intervalul $(0,5)$ ecuaţia $\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{1}{2}$.

5p **4.** Să se determine numărul $n=C_{10}^{0}-C_{10}^{2}+C_{10}^{4}-C_{10}^{6}+C_{10}^{8}$.

5p **5.** Să se determine $a\in\mathbb{R}$ pentru care vectorii $\vec{u}=(a-1)\vec{i}-(2a+2)\vec{j}$ şi $\vec{v}=(a+1)\vec{i}-\vec{j}$ sunt perpendiculari.

5p **6.** Fie $\alpha\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos\alpha=-\frac{1}{3}$. Să se calculeze $\sin 2\alpha$.

Varianta 93

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze modulele rădăcinilor complexe ale ecuaţiei $z^{2}+2z+4=0$.

5p **2.** Să se determine funcţiile de gradul întâi $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, care sunt strict crescătoare şi îndeplinesc condiţia $f(f(x))=4x+3$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{x}+4^{\frac{x+1}{2}}=12$.

5p **4.** Care este probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de la 1 la 1000, acesta să fie cub perfect?

5p **5.** Se consideră punctele $A(1,2)$ şi $B(3,4)$. Să se calculeze distanţa de la originea axelor la dreapta *AB*.

5p **6.** Să se determine $\alpha\in(0,2\pi)$ astfel ca $\operatorname{tg}\alpha=\sin\alpha$.

Varianta 94

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze $\left(\frac{(1-2i)(3i-1)}{5}\right)^4$.

5p **2.** Să se arate că funcția $f:(-1,1)\to\mathbb{R},\ f(x)=\ln\frac{1-x}{1+x}$ este impară.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $5^x+5^{-x}=2$.

5p **4.** Care este probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, prima sa cifră să fie număr prim?

5p **5.** Fie *ABC* un triunghi şi *O* centrul cercului circumscris lui. Ştiind că $\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{OC}$, să se arate că triunghiul *ABC* este dreptunghic.

5p **6.** Fie $\alpha\in\mathbb{R}$, astfel încât $\sin\alpha+\cos\alpha=1$. Să se calculeze $\operatorname{tg} 2\alpha$.

Varianta 95

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze partea întreagă a numărului $\frac{10}{\sqrt{2}-1}$.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $x+\frac{1}{|1+x|}=1$.

5p **3.** Să se studieze monotonia funcției $f:(0,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=2009^x+\log_{2009}x$.

5p **4.** Care este probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, produsul cifrelor sale să fie impar?

5p **5.** Să se demonstreze că vectorii $\vec{u}=3\vec{i}+a\vec{j}$ şi $\vec{v}=(a+1)\vec{i}+a\vec{j}$ nu pot fi perpendiculari pentru nicio valoare reală a numărului *a*.

5p **6.** Să se arate că $\sin x+\sin 3x+\sin 5x=(1+2\cos 2x)\cdot\sin 3x$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

Varianta 96

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Fie *a,b,c* numere naturale nenule în progresie geometrică. Ştiind că $a+b+c$ este un număr par, să se arate că numerele *a,b,c* sunt pare.

5p **2.** Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^2+3x+2$. Să se arate că $f(a)+f(a+1)\geq 0$, oricare ar fi $a\in\mathbb{R}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale inecuația $\log_2 x+\log_4 x>3$.

5p **4.** Să se determine numerele naturale *n*, $n\geq 2$, pentru care $C_n^1+C_n^2=120$.

5p **5.** Să se arate că unghiul vectorilor $\vec{u}=2\vec{i}-a\vec{j}$ şi $\vec{v}=\vec{i}+\vec{j}$ este obtuz dacă şi numai dacă $a>2$.

5p **6.** Fie *ABC* un triunghi cu $\sin A=\frac{1}{2}$, $\sin B=1$ şi $BC=4$. Să se calculeze aria triunghiului *ABC*.

Varianta 97

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se ordoneze crescător numerele $3!,\ \sqrt[3]{100},\ \log_2 32$.

5p **2.** Să se arate că $x^2+3xy+4y^2 \geq 0$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sin 2x = \cos x$.

5p **4.** Să se calculeze $A_5^3 - 4C_6^2$.

5p **5.** În sistemul de coordonate xOy se consideră punctele A,B,C astfel încât $A(1,3), B(2,5)$ şi $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$. Să se determine coordonatele punctului C.

5p **6.** Fie ABC un triunghi care are $BC=8$ şi $\cos A = \frac{3}{5}$. Să se calculeze lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC.

Varianta 98

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Fie $z \in \mathbb{C}$ astfel încât $z + 2\bar{z} = 3 + i$. Să se calculeze modulul numărului z.

5p **2.** Să se dea un exemplu de ecuație de gradul al doilea cu coeficienți întregi care are o soluție egală cu $\sqrt{3}$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_x 2 + \log_{\sqrt{x}} 2 = 9$.

5p **4.** Să se determine numărul submulțimilor cu trei elemente ale mulțimii $\{1,2,3,4,5\}$ care conțin cel puțin un număr par.

5p **5.** Fie G centrul de greutate al triunghiului ABC. Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât să aibă loc egalitatea $a\overrightarrow{GA} + b\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$.

5p **6.** Ştiind că $a \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ şi $\sin a = \frac{3}{5}$, să se calculeze tg a.

Varianta 99

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se calculeze partea întreagă a numărului $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$.

5p **2.** Fie f o funcție de gradul întâi. Să se arate că funcția $f \circ f$ este strict crescătoare.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x + 9^x = \frac{4}{9}$.

5p **4.** Câte funcții $f : \{1,2,3,...,10\} \to \{0,1\}$ au proprietatea că $f(1)+f(2)+f(3)+...+f(10)=2$?

5p **5.** Se consideră punctele $M(1,2), N(2,5)$ şi $P(3,m)$, $m \in \mathbb{R}$. Să se determine valorile reale ale lui m astfel încât $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MP} = 5$.

5p **6.** Să se determine cel mai mare element al mulțimii $\{\cos 1, \cos 2, \cos 3\}$.

Varianta 100

SUBIECTUL I (30p)

5p **1.** Să se arate că $\sqrt{6+4\sqrt{2}} \in \left\{a+b\sqrt{2} \mid a,b\in \mathbb{Z}\right\}$.

5p **2.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $|1+x| = 1-x$.

5p **3.** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt[6]{x^2-2x+1} = \sqrt[3]{3-x}$.

5p **4.** Să se arate că 11 divide numărul $C_{11}^1 + C_{11}^2 + ... + C_{11}^{10}$.

5p **5.** Fie ABC un triunghi și G centrul său de greutate. Știind că $A(1,1), B(5,2)$ și $G(3,4)$, să se calculeze coordonatele punctului C.

5p **6.** Fie $a \in \mathbb{R}$ cu $\text{tg}\, a = \frac{2}{5}$. Să se calculeze $|\sin a|$.