Examenul de bacalaureat 2009
Proba D_MT1
Probă scrisă la MATEMATICĂ

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică.

BAREM DE CORECTARE ŞI DE NOTARE

Subiecte 2009

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

SUBIECTUL I **30 de puncte**

1.	Aplicarea corectă a formulei $\left(1+i\sqrt{3}\right)^3=-8\in\mathbb{Z}$	**2p** **3p**
2.	$\Delta=1-8=-7$ $\text{Im } f=\left[\frac{7}{4},+\infty\right)$	**2p** **3p**
3.	$-2x+1=25\Rightarrow x=-12$ -12 verifică ecuația	**3p** **2p**
4.	Există 90 de numere naturale cu 2 cifre Cazurile favorabile sunt: 13, 22, 31, 40 $p=\frac{4}{90}=\frac{2}{45}$	**2p** **2p** **1p**
5.	$m_d=\frac{5}{4}\Rightarrow m_{d'}=-\frac{4}{5}$ $d':y-1=-\frac{4}{5}(x+1)\Leftrightarrow 4x+5y-1=0$	**2p** **3p**
6.	$A=\pi-\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right)\Rightarrow \sin A=\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ Din teorema sinusurilor rezultă $AC=6\sqrt{2}$ şi $BC=3\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)$ $P=3\left(2+3\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)$	**2p** **2p** **1p**

SUBIECTUL al II-lea **30 de puncte**

1.a)	$\det(A)=\begin{vmatrix}a-b & a-b & a-b\\ b & b+1 & b+2\\ 1 & 1 & a\end{vmatrix}=(a-b)\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ b & b+1 & b+2\\ 1 & 1 & a\end{vmatrix}=(a-b)\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\ b & 1 & 2\\ 1 & 0 & a-1\end{vmatrix}=$ $=(a-b)(a-1)$	**3p** **2p**
b)	$\det\left(A-A^t\right)=\det\left(\left(A-A^t\right)^t\right)=\det\left(A^t-A\right)=-\det\left(A-A^t\right)$ deci $\det\left(A-A^t\right)=0$.	**4p** **1p**
c)	Minorul $\begin{vmatrix}b & b+1\\ 1 & 1\end{vmatrix}=-1\neq 0$ Deci rangul lui A mai mare sau egal cu 2	**4p** **1p**
2.a)	Pentru orice $\alpha\in[0,\infty)$, avem $f(\alpha)=\alpha^3+p\cdot\alpha^2+q\cdot\alpha+r>0$ Deci $f(\alpha)\neq 0,\ \forall\alpha\geq 0$	**4p** **1p**

b)	$S_1 = x_1 + x_2 + x_3 = -p$	**1p**
	$s_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = q \Rightarrow S_2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = S_1^2 - 2s_2 = p^2 - 2q$	**2p**
	$S_3 = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -p \cdot S_2 - q \cdot S_1 - 3r = -p^3 + 3pq - 3r$	**2p**
c)	$g \in \mathbb{R}[X]$, $g = X^3 - (a+b+c)X^2 + (ab+bc+ca)X - abc$, are rădăcinile reale a, b, c	**2p**
	Deoarece $p = -(a+b+c) > 0$, $q = ab+bc+ca > 0$ și $r = -abc > 0$, din punctul a) rezultă că rădăcinile lui g nu sunt în intervalul $[0, \infty)$	**2p**
	Rezultă $a, b, c \in (-\infty, 0)$	**1p**

SUBIECTUL al III-lea **30 de puncte**

1.a)	$f'(x) = 2 + \frac{2x+1}{x^2+x+1} = \frac{2x^2+4x+3}{x^2+x+1} =$	**3p**
	$= \frac{2(x+1)^2+1}{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}} > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$	**2p**
b)	f strict crescătoare, rezultă f injectivă	**2p**
	$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, f este continuă pe $\mathbb{R}$, deci Im $f = \mathbb{R}$	**3p**
c)	$m = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$	**2p**
	$n = \lim\limits_{x\to\infty} (f(x) - 2x) = +\infty$	**2p**
	Deci nu există asimptotă oblică spre $+\infty$	**1p**
2.a)	$f(x) = x(1-x)$, $\forall x \in [0,1]$	**3p**
	$\int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 x(1-x)\,dx = \frac{1}{6}$	**2p**
b)	$f(x+1) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f$ periodică cu perioadă 1	**1p**
	$\lim\limits_{x\nearrow 1} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x\searrow 1} f(x) = \lim\limits_{x\searrow 1}(x-1)(2-x) = 0$, $f(1) = 0$	**2p**
	f continuă pe $(0,1]$, f periodică cu perioadă 1, rezultă f este continuă pe $\mathbb{R}$, deci f are primitive	**2p**
c)	Funcția $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(a) = \int_a^{a+1} f(x)dx$ este derivabilă	**2p**
	$g'(a) = f(a+1) - f(a) = 0$, $\forall a \in \mathbb{R}$	**2p**
	deci g este constantă	**1p**