Examenul de bacalaureat 2009
Proba D_MT2
Probă scrisă la MATEMATICĂ

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiințe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, specializarea toate calificările profesionale; profilul resurse, specializarea toate calificările profesionale; profilul tehnic, specializarea toate calificările profesionale.

BAREM DE CORECTARE ŞI DE NOTARE
Subiecte 2009

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

SUBIECTUL I **30 de puncte**

1.	$\log_3 4 = \log_3 2^2 = 2\log_3 2$ $2\log_3 4 - 4\log_3 2 = 4\log_3 2 - 4\log_3 2 = 0.$	**3p** **2p**
2.	Ecuația se scrie $\frac{2^x}{2} + 2^x = 12 \Rightarrow 2^x = 8$ $\Rightarrow 2^x = 2^3 \Rightarrow x = 3$	**3p** **2p**
3.	$A_n^1 = n$ $C_n^1 = n$ $2n = 10 \Rightarrow n = 5$	**1p** **1p** **3p**
4.	Funcția f este descrescătoare pe $[0,2]$ $f(0) = 3,\ f(2) = -5$ $\text{Im } f = [-5,3]$	**1p** **2p** **2p**
5.	Fie D mijlocul segmentului BC, atunci $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AO}$. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OA} = \vec{0}$.	**3p** **2p**
6.	$\sin 135° = \sin(180° - 45°) = \sin 45°$ $= \frac{\sqrt{2}}{2}$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **30 de puncte**

1.a)	$A + F = \begin{pmatrix} 2 & a & b+1 \\ 0 & 2 & c \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ Se obțin ecuațiile $\begin{cases} a = 3 \\ b+1 = 4 \Rightarrow \\ c = 5 \end{cases} \begin{cases} a = 3 \\ b = 3 \\ c = 5 \end{cases}$	**2p** **3p**
b)	$\det F = 1 \neq 0$, deci F este inversabilă $F^{-1} = F^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	**2p** **3p**

c)	F este inversabilă $\Rightarrow X = F^{-1}\cdot\begin{pmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{pmatrix}$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}-6&-6&-6\\4&5&6\\7&8&9\end{pmatrix}$	**2p**
2.a)	$x*y = xy+xy-x-y+1$	**2p**
	$= xy+(1-x)(1-y)$	**3p**
b)	$x*(y*z) = 4xyz-2xy-2xz-2yz+x+y+z$	**2p**
	$(x*y)*z = 4xyz-2xy-2xz-2yz+x+y+z$	**2p**
	Concluzie	**1p**
c)	$x*(1-x)=0 \Leftrightarrow 2x(1-x)=0$	**3p**
	$\Leftrightarrow x\in\{0,1\}$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **30 de puncte**

1.a)	$f'(x)=\left(\dfrac{x^2-1}{x^2+1}\right)'=\dfrac{2x\left(x^2+1\right)-2x\left(x^2-1\right)}{\left(x^2+1\right)^2}=$	**2p**
	$=\dfrac{4x}{\left(x^2+1\right)^2},\quad \forall x\in\mathbb{R}$	**3p**
b)	$f'(x)=\dfrac{4x}{\left(x^2+1\right)^2},\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ f'(x)=0\Rightarrow x=0$	**2p**
	Din tabelul de variație al funcției obținem că f este crescătoare pentru $x\in[0;\infty)$ și descrescătoare pe $(-\infty;0]$	**3p**
c)	$g(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+1}+\dfrac{\dfrac{1}{x^2}-1}{\dfrac{1}{x^2}+1}=0,\ \forall x\in\mathbb{R}^*$	**3p**
	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{g(x)+g\left(x^2\right)+g\left(x^3\right)+\ldots+g\left(x^{2009}\right)+x^{2010}}{x^{2009}}=$	**1p**
	$=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\overbrace{0+0+\ldots+0}^{de\,2009\,ori}+x^{2010}}{x^{2009}}=\lim\limits_{x\to 0}x=0$	**1p**
2.a)	$I_0=\int_e^{e^2}x\,dx=$	**2p**
	$=\dfrac{e^4-e^2}{2}$	**3p**
b)	$x\in\left[e,e^2\right]\Rightarrow 1\le\ln x\le 2\Rightarrow x\cdot\ln^n x\le x\cdot\ln^{n+1}x$.	**3p**
	Integrând obținem $I_n\le I_{n+1}$	**2p**

c)	$I_n=\int_e^{e^2} x\cdot\ln^n x\,dx=\int_e^{e^2}\left(\frac{x^2}{2}\right)'\cdot\ln^n x\,dx=\frac{x^2}{2}\cdot\ln^n x\Big\vert_e^{e^2}-\int_e^{e^2}\frac{x^2}{2}\cdot\left(\ln^n x\right)'dx=$	**2p**
	$=\frac{e^4\cdot 2^n}{2}-\frac{e^2}{2}-\frac{n}{2}\int_e^{e^2} x\cdot\ln^{n-1} x\,dx=$	**2p**
	$=\frac{e^2\left(e^2\cdot 2^n-1\right)}{2}-\frac{n}{2}I_{n-1}$, oricare ar fi $n\in\mathbb{N}^*$	**1p**