

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 pont)

- 5p 1. Adott a $z = 3 - i$ komplex szám. Igazolja, hogy $z(z + 2i) = 10$.
- 5p 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 4$ függvény. Határozza meg azt az a valós számot, amelyre $f(a) + f(-2a) = a$.
- 5p 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $\sqrt{x^2 + 7} = 2\sqrt{x + 1}$ egyenletet!
- 5p 4. Adott az $A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$ halmaz. Határozza meg azt, hogy az A halmaznak hány olyan részhalmaza van, amelynek pontosan három eleme van, és tartalmazza az 5-ös számot!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(3, 6)$, $B(4, 1)$ és $C(5, a)$ pontok, ahol a valós szám. Határozza meg azt az a valós számot, amelyre az OA és BC egyenesek párhuzamosak!
- 5p 6. Adott az $E(x) = (1 + \operatorname{tg}^2 x) \sin \frac{x}{2} + \cos 3x$ kifejezés, ahol $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. Igazolja, hogy $E\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ a & 3 & a \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix és az $\begin{cases} x + ay + az = 1 \\ ax + 3y + az = 0 \\ 2y + z = 0 \end{cases}$ egyenletrendszer, ahol a valós szám.
- 5p a) Igazolja, hogy $\det(A(1)) = 2$.
- 5p b) Igazolja, hogy bármely a valós szám esetén az egyenletrendszernek egyetlen megoldása van!
- 5p c) Határozza meg azt az a nullától különböző természetes számot, amelyre (x_0, y_0, z_0) megoldása az egyenletrendszernek és $z_0 = nx_0$, ahol n természetes szám!
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = \frac{2}{3}(x - 3)(y - 3) + 3$ asszociatív műveletet.
- 5p a) Igazolja, hogy $0 * 2 = 5$.
- 5p b) Határozza meg azokat az x valós számokat, amelyekre $x * \frac{3x}{2} = 5x$.
- 5p c) Határozza meg azokat az (m, n) természetes számpárokat, amelyekre $m * m * n = -1$.

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 + 5}$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 20)}{(x^2 + 5)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Igazolja, hogy az $y = x$ egyenletű egyenes az f függvény grafikus képének ferde aszimptotája a $+\infty$ felé!
- 5p c) Határozza meg azoknak az m valós számoknak a halmazát, amelyekre az $f(x) = m$ egyenletnek pontosan három megoldása van!

2. Adott az $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x \ln x}$ függvény.

5p a) Igazolja, hogy $\int_2^3 f(x) x \ln x dx = \frac{7}{3}$.

5p b) Igazolja, hogy $\int_e^{e^2} \frac{f(x)}{x^2 - 4} dx = \ln 2$.

5p c) Ha az $F : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ függvény az f függvénynek az a primitívje, amelyre $F(2) = 0$, igazolja, hogy $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{F^2(x)} \int_2^x (t-2) F(t) dt = \frac{\ln 2}{4}$.