

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

ZADANIE I.

(30 bodov)

- 5b** 1. Majme komplexné číslo $z = 3 - i$. Ukážte, že $z(z + 2i) = 10$.
- 5b** 2. Majme funkciu $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 4$. Určte reálne číslo a , pre ktoré $f(a) + f(-2a) = a$.
- 5b** 3. Na množine reálnych čísel riešte rovnicu $\sqrt{x^2 + 7} = 2\sqrt{x + 1}$.
- 5b** 4. Majme množinu $A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$. Určte koľko z podmnožín množiny A majú práve tri prvky a obsahujú číslo 5.
- 5b** 5. V kartézskej súradnicovej sústave xOy sú dané body $A(3, 6)$, $B(4, 1)$ i $C(5, a)$, kde a je reálne číslo. Určte reálne číslo a , pre ktoré priamky OA i BC sú rovnobežné.
- 5b** 6. Majme výraz $E(x) = (1 + \operatorname{tg}^2 x) \sin \frac{x}{2} + \cos 3x$, kde $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. Ukážte, že $E\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$.

ZADANIE II.

(30 bodov)

1. Majme maticu $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ a & 3 & a \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ a lineárnu sústavu rovníc $\begin{cases} x + ay + az = 1 \\ ax + 3y + az = 0, \text{ kde } a \text{ je reálne} \\ 2y + z = 0 \end{cases}$ číslo.
- 5b** a) Ukážte, že $\det(A(1)) = 2$.
- 5b** b) Ukážte, že pre hociktoré reálne číslo a sústava rovníc má jediné riešenie.
- 5b** c) Určte prirodzené číslo a , rôzne od nuly, pre ktoré sústava rovníc má riešenie (x_0, y_0, z_0) , so $z_0 = nx_0$, kde n je prirodzené číslo.
2. Na množine reálnych čísel je definovaný asociatívny zákon kompozície $x * y = \frac{2}{3}(x - 3)(y - 3) + 3$.
- 5b** a) Ukážte, že $0 * 2 = 5$.
- 5b** b) Určte reálne čísla x , pre ktoré $x * \frac{3x}{2} = 5x$.
- 5b** c) Určte dvojice prirodzených čísel (m, n) , pre ktoré $m * m * n = -1$.

ZADANIE III.

(30 bodov)

1. Majme funkciu $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 + 5}$.
- 5b** a) Ukážte, že $f'(x) = \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 20)}{(x^2 + 5)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5b** b) Ukážte, že priamka s rovnicou $y = x$ je šikmá asymptota k $+\infty$ pre graf funkcie f .
- 5b** c) Určte množinu reálnych čísel m , pre ktoré rovnica $f(x) = m$ má práve tri riešenia.
2. Majme funkciu $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x \ln x}$.
- 5b** a) Ukážte, že $\int_2^3 f(x) x \ln x dx = \frac{7}{3}$.

- | | |
|-----------|---|
| 5b | b) Ukáźte, že $\int_e^{e^2} \frac{f(x)}{x^2 - 4} dx = \ln 2$. |
| 5b | c) Ukáźte, že $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{F^2(x)} \int_2^x (t-2) F(t) dt = \frac{\ln 2}{4}$, kde $F: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ je primitívou funkcie f , pre ktorú $F(2) = 0$. |