

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)
Matematică $M_mate-info$

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

СУБЈЕКАТ I

(30 бодова)

- 56 1. Сматра се комплексан број $z = 3 - i$. Докажите да $z(z + 2i) = 10$.
- 56 2. Сматра се функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 4$. Одредите реалан број a тако да $f(a) + f(-2a) = a$.
- 56 3. Решите у скупу реалних бројева једначину $\sqrt{x^2 + 7} = 2\sqrt{x + 1}$.
- 56 4. Сматра се скуп $A = \{1, 2, 3, 5, 7\}$. Одредите колико од подскупова скупа A имају тачно три елемента и садрже број 5.
- 56 5. У картезијанском систему xOy сматрају се тачке $A(3, 6)$, $B(4, 1)$ и $C(5, a)$, где a је реалан број. Одредите реалан број a тако да праве OA и BC су паралелне.
- 56 6. Сматра се израз $E(x) = (1 + \operatorname{tg}^2 x) \sin \frac{x}{2} + \cos 3x$, где $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. Докажите да $E\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$.

СУБЈЕКАТ II

(30 бодова)

1. Сматра се матрица $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ a & 3 & a \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ и линеарни систем једначина $\begin{cases} x + ay + az = 1 \\ ax + 3y + az = 0, \\ 2y + z = 0 \end{cases}$ где a је реалан број.
- 56 а) Докажите да $\det(A(1)) = 2$.
- 56 б) Докажите да за било који реалан број a , систем једначина има јединствено решење.
- 56 в) Одредите природни ненултни број a тако да систем има решење (x_0, y_0, z_0) , са $z_0 = nx_0$, где n је природни број.
2. У скупу реалних бројева дефинише се асоцијативан закон $x * y = \frac{2}{3}(x - 3)(y - 3) + 3$.
- 56 а) Докажите да $0 * 2 = 5$.
- 56 б) Одредите реалне бројеве x тако да $x * \frac{3x}{2} = 5x$.
- 56 в) Одредите парове (m, n) природних бројева тако да $m * m * n = -1$.

СУБЈЕКАТ III

(30 бодова)

1. Сматра се функција $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 + 5}$.
- 56 а) Докажите да $f'(x) = \frac{(x^2 - 1)(x^2 + 20)}{(x^2 + 5)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 56 б) Докажите да права са једначином $y = x$ је коса асимптота према $+\infty$ на графику функције f .
- 56 в) Одредите скуп реалних бројева m тако да једначина $f(x) = m$ има тачно три решења.

-
2. Сматра се функција $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x \ln x}$.
- 56 a) Докажите да $\int_2^3 f(x) x \ln x dx = \frac{7}{3}$.
- 56 b) Докажите да $\int_e^{e^2} \frac{f(x)}{x^2 - 4} dx = \ln 2$.
- 56 c) Докажите да $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{F^2(x)} \int_2^x (t-2) F(t) dt = \frac{\ln 2}{4}$, где $F : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ је примитивна функције f за $F(2) = 0$.