

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 4

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

THEMA I

(30 Puncte)

- 5p 1. Bestimme das Glied b_3 der geometrischen Folge $(b_n)_{n \geq 1}$ so, dass $b_1 = 2$ und $b_2 = 10$.
- 5p 2. Gegeben sind die Funktionen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 5$ und $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = ax - 1$, wobei a eine reelle Zahl ist. Bestimme die reelle Zahl a so, dass $(f \circ g)(2) = 2$.
- 5p 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\log_8 x + \log_8 (8 - x) = \log_8 (6 + x)$.
- 5p 4. Bestimme wie viele natürliche gerade zweistellige Zahlen kann man mit den Ziffern aus der Menge $A = \{1, 2, 4, 6, 8\}$ bilden.
- 5p 5. Gegeben sind die Punkte $A(1,3)$, $B(2,2)$ und $C(4,6)$ in dem kartesischen Koordinatensystem xOy . Bestimme die Gleichung der Gerade d , welche durch den Punkt B geht und parallel zu der Geraden AC ist.
- 5p 6. Gegeben ist der Ausdruck $E(x) = 3\lg \frac{x}{3} + \sin x - 2\sin \frac{2x}{3}$, wobei $x \in \left(0, \frac{3\pi}{2}\right)$. Zeige, dass $E\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

THEMA II

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Matrix $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a & -2a \\ 2 & -1 & -a \\ 1 & -a & 0 \end{pmatrix}$ und das System von linearen Gleichungen
- $$\begin{cases} x + ay - 2az = -1 \\ 2x - y - az = a \\ x - ay = a \end{cases}, \text{ wobei } a \text{ eine reelle Zahl ist.}$$
- 5p a) Zeige, dass $\det(A(2)) = 4$.
- 5p b) Zeige, dass für $a = 1$, das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat.
- 5p c) Zeige, dass für jedes $a \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$, das Gleichungssystem eine einzige Lösung (x_0, y_0, z_0) hat und $4x_0z_0 = 1$.
2. Gegeben ist das Polynom $f = X^3 + X^2 + aX + 8$, wobei a eine reelle Zahl ist.
- 5p a) Zeige, dass $f(0) = 8$, für jede reelle Zahl a .
- 5p b) Bestimme die reelle Zahl a so, dass das Polynom f durch das Polynom $g = X + 2$ teilbar ist.
- 5p c) Bestimme die reelle Zahl a so, dass das Verhältnis von zwei Wurzeln des Polynoms f gleich mit 2 ist.

THEMA III

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - 4x - 3 - (2x - 3)e^{2x}$.
- 5p a) Zeige, dass $f'(x) = 4(x - 1)(1 - e^{2x})$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Zeige, dass $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = 4$.

- 5p** c) Beweise, dass die Gleichung $f(x) + n = 0$ eine einzige Lösung hat für jede natürliche, von Null verschiedene Zahl n .
- 2.** Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+5}}$.
- 5p** a) Zeige, dass $\int_2^4 f(x) \sqrt{x^2-4x+5} dx = 2$.
- 5p** b) Zeige, dass $\int_1^3 f(x) dx = 0$.
- 5p** c) Bestimme die reelle, von Null verschiedene Zahl m so, dass das Volumen des Drehkörpers, den man durch die Drehung des Schaubildes der Funktion $g: [2,3] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$ um die Ox Achse erhält, gleich mit $\pi \left(1 - \frac{\pi}{m}\right)$ ist.