

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 4

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 pont)

- 5p 1. Határozza meg a $(b_n)_{n \geq 1}$ mértani haladvány b_3 tagját, ha $b_1 = 2$ és $b_2 = 10$.
- 5p 2. Adottak az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 5$ és $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = ax - 1$ függvények, ahol a valós szám. Határozza meg azt az a valós számot, amelyre $(f \circ g)(2) = 2$.
- 5p 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $\log_8 x + \log_8 (8 - x) = \log_8 (6 + x)$ egyenletet!
- 5p 4. Határozza meg, hogy az $A = \{1, 2, 4, 6, 8\}$ halmaz elemeivel hány páros, kétjegyű természetes szám képezhető!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(1,3)$, $B(2,2)$ és $C(4,6)$ pontok. Határozza meg a B ponton áthaladó, AC egyenessel párhuzamos d egyenes egyenletét!
- 5p 6. Adott az $E(x) = 3\operatorname{tg} \frac{x}{3} + \sin x - 2\sin \frac{2x}{3}$ kifejezés, ahol $x \in \left(0, \frac{3\pi}{2}\right)$. Igazolja, hogy $E\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a & -2a \\ 2 & -1 & -a \\ 1 & -a & 0 \end{pmatrix}$ mátrix és az $\begin{cases} x + ay - 2az = -1 \\ 2x - y - az = a \\ x - ay = a \end{cases}$ lineáris egyenletrendszer, ahol a valós szám.
- 5p a) Igazolja, hogy $\det(A(2)) = 4$.
- 5p b) Az $a = 1$ esetén igazolja, hogy az egyenletrendszernek végtelen sok megoldása van!
- 5p c) Igazolja, hogy bármely $a \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$ esetén az egyenletrendszernek egyetlen megoldása van, (x_0, y_0, z_0) , és $4x_0z_0 = 1$.
2. Adott az $f = X^3 + X^2 + aX + 8$ polinom, ahol a valós szám.
- 5p a) Igazolja, hogy $f(0) = 8$, bármely a valós szám esetén!
- 5p b) Határozza meg azt az a valós számot, amelyre az f polinom osztható a $g = X + 2$ polinommal!
- 5p c) Határozza meg azt az a valós számot, amelyre az f polinom két gyökének aránya 2.

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - 4x - 3 - (2x - 3)e^{2x}$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy $f'(x) = 4(x - 1)(1 - e^{2x})$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Igazolja, hogy $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = 4$.
- 5p c) Bizonyítsa be, hogy az $f(x) + n = 0$ egyenletnek egyetlen megoldása van bármely n nullától különböző természetes szám esetén!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy $\int_2^4 f(x) \sqrt{x^2 - 4x + 5} dx = 2$.

- | | |
|----|--|
| 5p | b) Igazolja, hogy $\int_1^3 f(x) dx = 0$. |
| 5p | c) Határozza meg azt a nullától különböző m valós számot, amelyre a $g : [2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$ függvény grafikus képének az Ox tengely körüli forgatásából kapott test térfogata $\pi \left(1 - \frac{\pi}{m}\right)$. |