

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică *M_{șt-nat}*

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 pont)

- 5p 1. Igazolja, hogy $(4,9 - 3,4) : 3 + 2,5 = 3$.
- 5p 2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 21$ függvény. Határozza meg azt az a valós számot, amelyre az $A(-3a, a)$ pont rajta van az f függvény grafikus képén!
- 5p 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $\log_7(1 + 2x - x^2) = \log_7(3 - x)$ egyenletet!
- 5p 4. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a kétjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztott szám a 11 - nek páratlan többszöröse legyen!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(0,5)$, $B(2,0)$ és $C(4,2)$ pontok. Igazolja, hogy az ADC háromszög egyenlőszárú, ahol a D pont a BC szakasz felezőpontja!
- 5p 6. Az A -ban derékszögű ABC háromszög területe 24 és $\operatorname{tg} B = \frac{1}{3}$. Igazolja, hogy $AC = 4$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $A(a) = \begin{pmatrix} 2a+2 & -a \\ a-3 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol a valós szám.
- 5p a) Igazolja, hogy $\det(A(1)) = 2$.
- 5p b) Határozza meg azt az x valós számot, amelyre $A(0) \cdot (6I_2 - A(2) - A(-2)) = xI_2$.
- 5p c) Határozza meg azt az $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixot, amelyre $A(1) \cdot X \cdot A(1) = 4I_2$.
2. Adott az $f = X^3 - aX + 2 + a$ polinom, ahol a valós szám.
- 5p a) Igazolja, hogy $f(1) = 3$, bármely a valós szám esetén!
- 5p b) Határozza meg azt az a valós számot, amelyre az f polinom osztható a $g = X + 2$ polinommal!
- 5p c) Határozza meg azt az a valós számot, amelyre $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$, ahol x_1 , x_2 és x_3 az f polinom gyökei!

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(2x^2 - 3x)$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy $f'(x) = e^x(2x+3)(x-1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Igazolja, hogy $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - x}{f(x) + x} = 2$.
- 5p c) Határozza meg azokat az a valós számokat, amelyekre az f függvény grafikus képének $x = a$ abszcisszájú pontjában az f függvény grafikus képéhez húzott érintő iránytényezője 0.
2. Adott az $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (2x^2 + 4x)\sqrt{x+1}$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy $\int_0^3 \frac{f(x)}{\sqrt{x+1}} dx = 36$.
- 5p b) Igazolja, hogy $\int_3^8 \frac{x^2 + 2x}{f(x)} dx = 1$.

-
- 5p** c) Adott a $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{4\sqrt{x+1}}{f(x)}$ függvény. Határozza meg a g függvény grafikus képe, az Ox tengely, valamint az $x=1$ és $x=4$ egyenletű egyenesek által közrezárt síkidom területét!