

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică M_{șt-nat}

Varianta 4

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

THEMA I

(30 Puncte)

- 5p** 1. Gegeben sind die komplexen Zahlen $z_1 = 2 - 3i$ und $z_2 = 1 - 2i$. Zeige, dass $iz_1 + z_2 = 4$.
- 5p** 2. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 3$. Bestimme die reelle Zahl a so, dass $f(a + 2) = a + f(a)$.
- 5p** 3. Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $\sqrt{2x} = \sqrt{x^2 - x + 2}$.
- 5p** 4. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass eine gewählte Zahl n aus der Menge der natürlichen einstelligen Zahlen, die Ungleichheit $3n^2 > 100$ erfüllt.
- 5p** 5. Gegeben sind die Punkte $A(6,0)$, $B(8,2)$ und $C(1,9)$ in dem kartesischen Koordinatensystem xOy . Bestimme den Abstand zwischen dem Punkt C und der Mitte der Strecke AB .
- 5p** 6. Gegeben ist das Dreieck ABC , mit $AC = 9$ und $B = \frac{\pi}{3}$. Zeige, dass der Radius des Umkreises des Dreiecks ABC gleich mit $3\sqrt{3}$ ist.

THEMA II

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Matrix $A(x, y) = \begin{pmatrix} x+y & xy \\ 4 & x+y \end{pmatrix}$, wobei x und y reelle Zahlen sind.
- 5p** a) Zeige, dass $\det(A(1,2)) = 1$.
- 5p** b) Zeige, dass die Matrix $A(x, y)$ umkehrbar ist für alle reellen, verschiedenen Zahlen x und y .
- 5p** c) Bestimme die reellen Zahlen x und y so, dass $A(x, 2) \cdot A(x, 2) = 4A(y, 0)$.
2. Auf der Menge der reellen Zahlen definiert man die Verknüpfung $x * y = 5 - \frac{x+y}{2} + xy$.
- 5p** a) Zeige, dass $1 * 3 = 6$.
- 5p** b) Bestimme die reelle Zahl x so, dass $x * 5 = 2x$.
- 5p** c) Bestimme die Paare von natürlichen Zahlen (m, n) so, dass $(m - n) * (m + n) = m^2$.

THEMA III

(30 Puncte)

1. Gegeben ist die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 8x - 2}{x^2 + 2}$.
- 5p** a) Zeige, dass $f'(x) = \frac{8(x+1)(2-x)}{(x^2 + 2)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Bestimme die Gleichung der horizontalen Asymptote gegen $+\infty$ an das Schaubild der Funktion f .
- 5p** c) Beweise, dass $-2 \leq f(x) - f(y) \leq 2$, für alle $x, y \in [-4, 0]$.
2. Gegeben ist die Funktion $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x^2 - 3 + \ln x$.
- 5p** a) Zeige, dass $\int_1^2 (f(x) - \ln x) dx = \frac{26}{3}$.
- 5p** b) Zeige, dass $\int_1^e \frac{1}{x} \cdot (f(x) - 5x^2 + 3) dx = \frac{1}{2}$.

-
- 5p** c) Bestimme die reelle Zahl m so, dass der Flächeninhalt der Fläche begrenzt von dem Schaubild der Funktion $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x) + 3}{\sqrt{x}}$, der Ox Achse und den Geraden mit den Gleichungen $x = 1$ und $x = 4$ gleich mit $58 + m \ln 2$ ist.