

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 4

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

ЗАВДАННЯ I

(30 балів)

- 56 1. Розглядають комплексні числа $z_1 = 2 - 3i$ і $z_2 = 1 - 2i$. Докажіть, що $iz_1 + z_2 = 4$.
- 56 2. Розглядають функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 3$. Знайдіть дійсне число a для якого $f(a + 2) = a + f(a)$.
- 56 3. У множині дійсних чисел розв'яжіть рівняння $\sqrt{2x} = \sqrt{x^2 - x + 2}$.
- 56 4. Знайдіть ймовірність того, що вибираючи число n з множини одноцифрових натуральних чисел, воно перевірятиме нерівність $3n^2 > 100$.
- 56 5. У декартовій системі xOy розглядають точки $A(6,0)$, $B(8,2)$ і $C(1,9)$. Знайдіть відстань від точки C до середини відрізка AB .
- 56 6. Розглядають трикутник ABC , у якому $AC = 9$ і $B = \frac{\pi}{3}$. Докажіть, що радіус описаного кола навколо трикутника ABC дорівнює $3\sqrt{3}$.

ЗАВДАННЯ II

(30 балів)

1. Розглядають матрицю $A(x, y) = \begin{pmatrix} x+y & xy \\ 4 & x+y \end{pmatrix}$, де x і y - дійсні числа.
- 56 а) Докажіть, що $\det(A(1,2)) = 1$.
- 56 б) Докажіть, що матриця $A(x, y)$ є оборотною, для будь-яких дійсних різних числах x і y .
- 56 в) Знайдіть дійсні числа x і y для яких $A(x,2) \cdot A(x,2) = 4A(y,0)$.
2. На множині дійсних чисел задають закон композиції $x * y = 5 - \frac{x+y}{2} + xy$.
- 56 а) Докажіть, що $1 * 3 = 6$.
- 56 б) Визначте дійсне число x для якого $x * 5 = 2x$.
- 56 в) Визначте пари натуральних чисел (m, n) для яких $(m - n) * (m + n) = m^2$.

ЗАВДАННЯ III

(30 балів)

1. Розглядають функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 8x - 2}{x^2 + 2}$.
- 56 а) Докажіть, що $f'(x) = \frac{8(x+1)(2-x)}{(x^2 + 2)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 56 б) Визначте рівняння горизонтальної асимптоти до $+\infty$ для графіка функції f .
- 56 в) Докажіть, що $-2 \leq f(x) - f(y) \leq 2$, для будь-якого $x, y \in [-4, 0]$.
2. Розглядають функцію $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x^2 - 3 + \ln x$.
- 56 а) Докажіть, що $\int_1^2 (f(x) - \ln x) dx = \frac{26}{3}$.
- 56 б) Докажіть, що $\int_1^e \frac{1}{x} \cdot (f(x) - 5x^2 + 3) dx = \frac{1}{2}$.

-
- 56** | c) Знайдіть дійсне число m для якого площа поверхні обмеженої графіком функції $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)+3}{\sqrt{x}}$, віссю Ox і рівняннями прямих $x=1$ і $x=4$ рівна $58 + m \ln 2$